

Statisches Quarkmodell

• Anomales magnet. Moment des Protons:

Für punktförmige Teilchen, die der Dirac-Gleichung gehorchen:

Erwartung:

$$\text{Elektron: } \mu_e = \frac{eh}{2m_e c}$$

$$\text{Myon: } \mu_\mu = \frac{eh}{2m_\mu c}$$

$$\text{Proton: } \mu_p = \frac{eh}{2m_p c}$$

$$\text{Neutron: } \mu_n = 0$$

Messung:

$$1 \cdot \frac{eh}{2m_e c}$$

$$1 \cdot \frac{eh}{2m_\mu c}$$

$$\underline{\underline{+2.79}} \cdot \frac{eh}{2m_p c}$$

$$\underline{\underline{-1.91}} \cdot \frac{eh}{2m_n c}$$

→ Abweichung von Erwartung für Proton & Neutron läßt bereits eine Nicht-punktförmigkeit dieser Teilchen vermuten

anomalies magnet. Moment des Protons wurde ~ 1932 von O. Stern gemessen (obwohl Theoretiker ihm und seinen Mitarbeitern vorwarfen, sie könnten ihre Zeit mit Besseren verbringen, als diese Messung durchzuführen).

⇒ seit ~ 1932 Hinweis auf "Substruktur" der Nucleonen

Aufbau der Mesonen & Baryonen aus Quarks

- bis 1960: viele verschiedene Elementarteilchen mit und ohne "Strangeness" entdeckt
- 1961-1964: M. Gell-Mann und Y. Ne'eman schlagen ein Ordnungsschema vor:

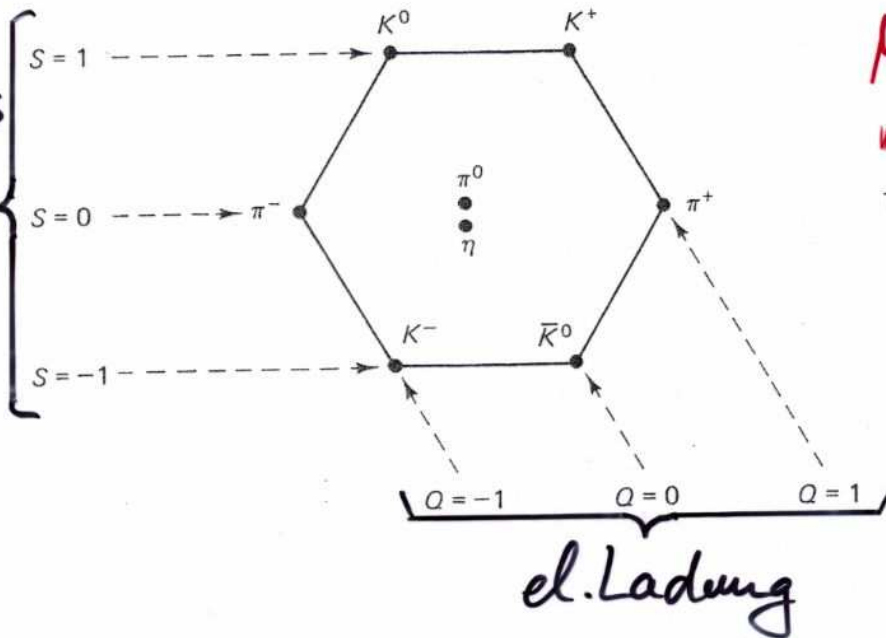
The Eightfold Way

Dabei werden Mesonen wie π, K, \dots und Baryonen wie p, n, \dots in geometrischen Mustern angeordnet, wobei elektrische Ladung und eine so genannte Strangeness-Quantenzahl als Ordnungskriterium dienen.

Zur Erinnerung: Teilchen mit Strangeness haben eine ungewöhnlich lange Lebensdauer (typ. 10^{-8} s) verglichen mit den anderen Teilchen, die man in Wechselwirkungsprozessen erzeugen kann und die vielfach Lebensdauern von weniger als 10^{-20} s aufweisen

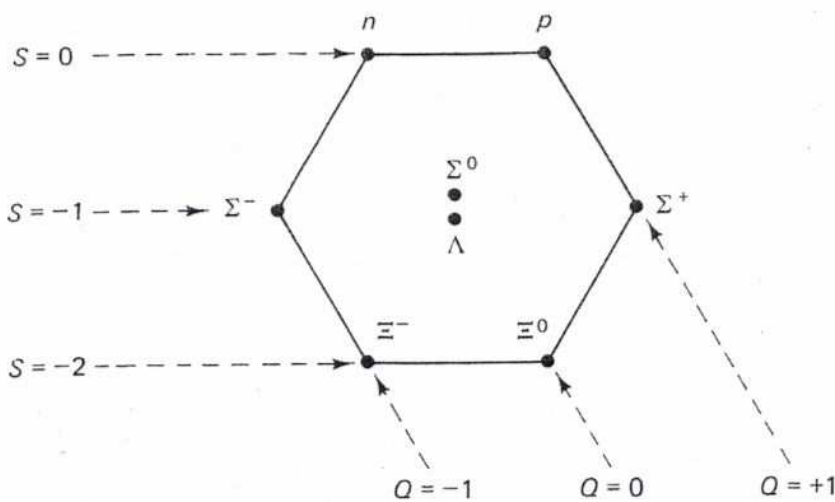
Okette-Teilchen

Strangeness
Quarkenzahl



Mesonen
mit Spin 0

The Meson Octet



Baryonen
mit Spin $\frac{1}{2}$

The Baryon Octet

Spin $\frac{1}{2}$

Ursprung von: Quarks

(aus: H. Fritzsch: Quarks)

We shall see that the number 3 plays an especially significant role in quark theory. For example, a proton consists of three quarks, and it was the number three that led Gell-Mann to introduce the expression "quark." There is a passage in James Joyce's *Finnegans Wake* that reads:

Three quarks for Muster Mark!
Sure he hasn't got much of a bark
And sure any he has it's all beside the mark.
But O, Wreneagle Almighty, wouldn't un be a sky of a
lark
To see that old buzzard whooping about for uns shirt in the
dark
And he hunting round for uns speckled trousers around by
Palmerstown Park?

Joyce's novel is full of plays on words that are difficult to understand. Many of them have never been deciphered. The novel describes the life of Mr. Finn, who sometimes appears as Mr. Mark. The "three quarks" denote the three children of Mr. Finn, by whom he himself is represented from time to time. Thus the association with particle physics becomes clear. The proton is associated with Mr. Finn; under certain circumstances the proton acts as if it consisted of three quarks.*

*In German, the word "quark" describes a special kind of soft cheese, but it is also used for "nonsense." Note that the title of this book is "Quarks," and not "Quark."

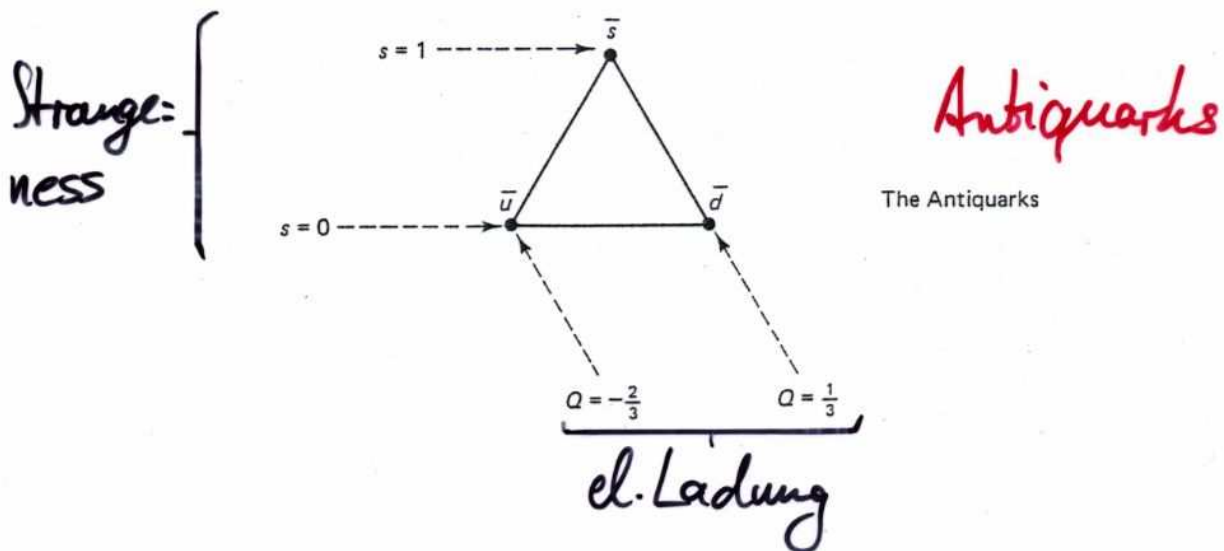
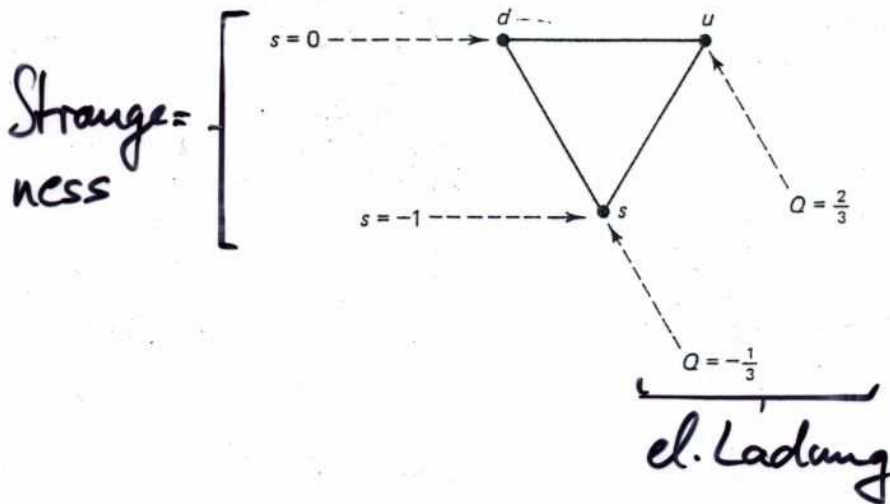
Statisches Quarkmodell der Teilchen

1964: M. Gell-Mann, G. Zweig:

Alle Hadronen (= Mesonen und Baryonen) sind aus noch elementarerer Konstituenten aufgebaut:

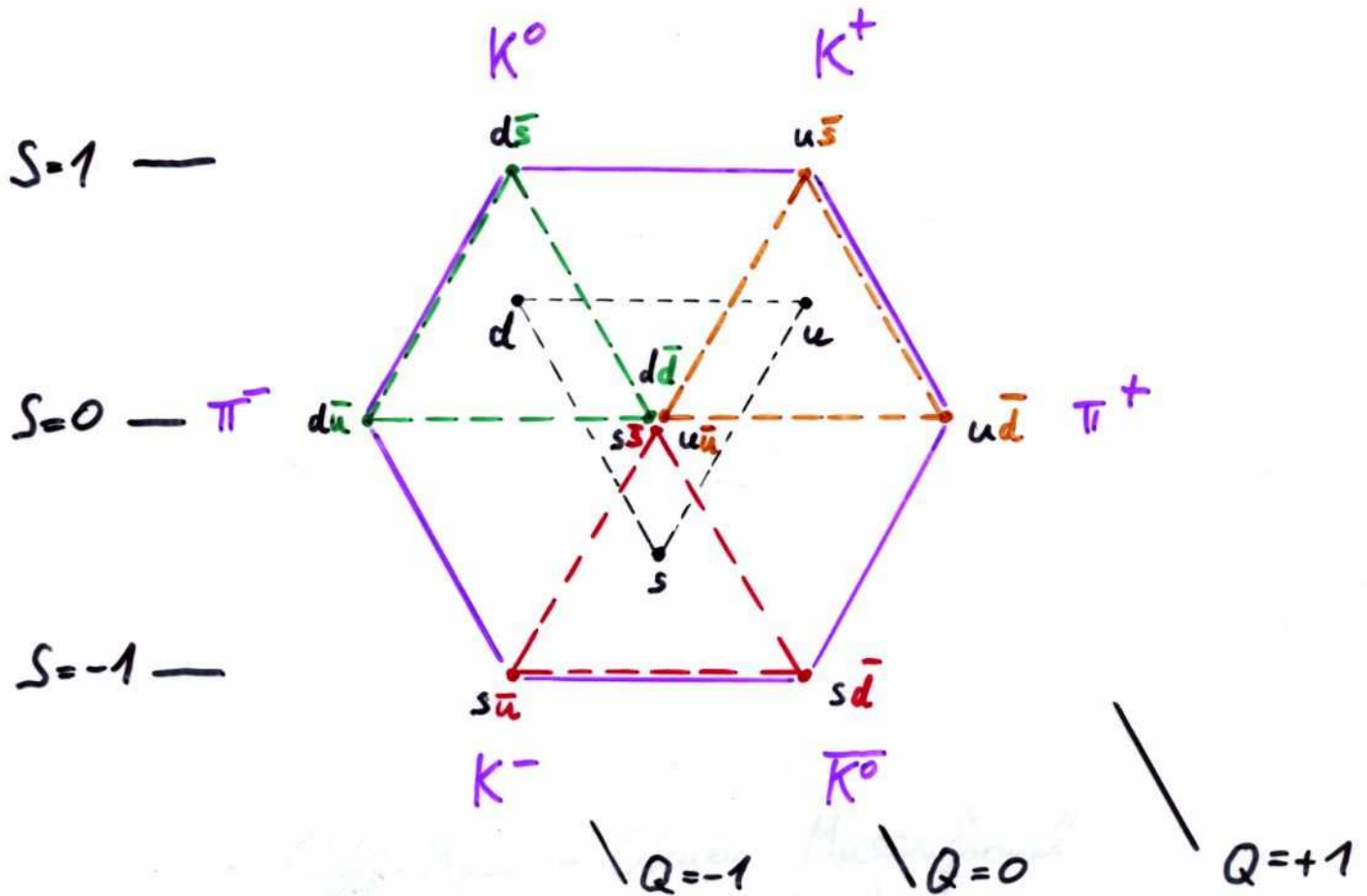
Quarks

mit drittelzahliger elektrischer Ladung



Aufbau der Mesonen

Jedes Meson ist aus einem Quark und einem Antiquark zusammengesetzt:



- $K^0 = d\bar{s}$
- $K^+ = u\bar{s}$
- $\bar{K}^0 = s\bar{d}$
- $K^- = s\bar{u}$
- $\pi^+ = u\bar{d}$
- $\pi^- = d\bar{u}$

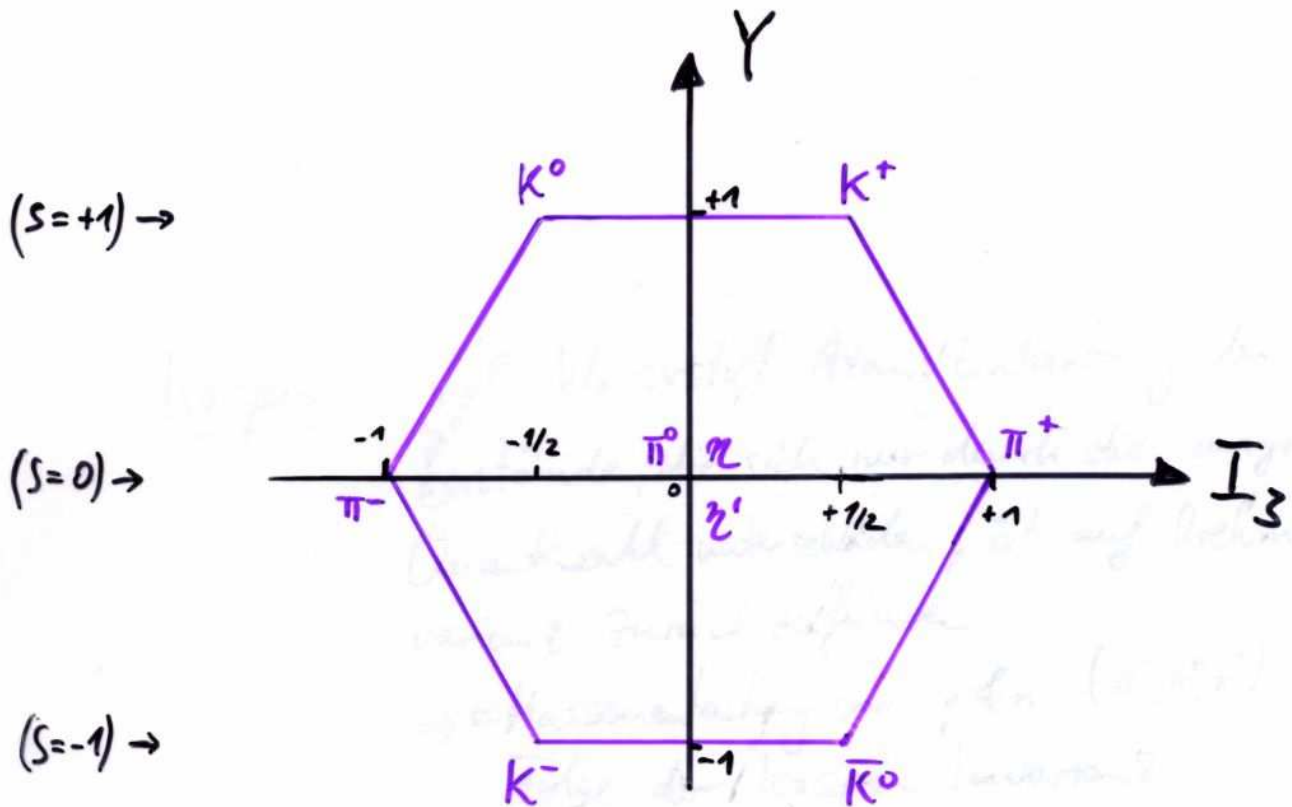
Quarkkombinationen im Zentrum ergeben Mesonen als Mischungen (Gruppentheorie der $SU(3)_{\text{Flavour}}$)

- $\pi^0 = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$
- $\eta_8 = (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$
- $\eta_1 = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$

(phys. η -Mesonen sind Mischungen aus η_1 und η_8)

Starker Isospin I, starke Hyperladung Y

historische Entwicklung führte zur Wahl alternativer Quantenzahlen: starker Isospin I, starke Hyperladung Y



- dabei stammt der Isospin (1932 von Heisenberg eingeführt und 1938 von Kemmer auf die Mesonen verallgemeinert) von der Beobachtung, daß Proton & Neutron (wie auch π^+, π^0, π^-) ungefähr gleiche Massen besitzen, also entartete Zustände sind
- Hyperladung $Y \equiv B + S$, d.i. Summe aus Baryonenzahl B ($B = 1$ für Baryonen wie Proton, Neutron; $B = -1$ für Anti-Baryonen) und Strangeness S (S bezeichnet den Gehalt an Strange Quarks)

⇒ Gell-Mann-Nishijima: $Q = I_3 + \frac{1}{2} \cdot Y$

Gruppentheoret. Beschreibung

Transformationen des Quark-Dreiecks ∇ können durch die Gruppe $SU(3)$ beschrieben werden.

Zur Präzisierung nennt man diese Gruppe auch $SU(3)_{\text{Flavour}}$

Der Aufbau von Mesonen aus Quarks und Antiquarks ist dann die Kombination von Gruppen

(Vergleiche: Addition von Spin [Drehimpulsen] entspricht der Kombination von Repräsentanten der Gruppe $SU(2)$, wobei die Repräsentanten Matrizen der Dimension $(2j+1) \times (2j+1)$ sind.)

Mesonen:

$$\nabla \otimes \Delta \equiv 3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$$

$$\equiv \text{Hexagon} \oplus \text{Point}$$

Octett

Singulett

$$u\bar{s}, u\bar{d}, d\bar{s}, d\bar{u}, s\bar{u}, s\bar{d} \\ (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}, (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$$

$$(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$$

Beispiel: Addition von Drehimpulsen

in (sehr) symbolischer Notation!

Kombination zweier Spin- $\frac{1}{2}$ Wellenfunktionen:

Spin- $\frac{1}{2}$ entspricht Dublett-Zuständen:

$$\left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle \quad \text{und} \quad \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

oder $\left| \uparrow \right\rangle$ und $\left| \downarrow \right\rangle$

oder 2

Kombination bedeutet dann Kombination zweier Dubletten:

$$2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$$

oder (symbol.) $\left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = \begin{cases} \left| 1, +1 \right\rangle \cong 3 \\ \left| 0, 0 \right\rangle \cong 1 \\ \text{Singulett} \end{cases}$

Triplet \nearrow
Singulett \uparrow

oder (symbol.) $\left| \begin{smallmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{smallmatrix} \right\rangle \otimes \left| \begin{smallmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{smallmatrix} \right\rangle = \begin{cases} \left| \uparrow\uparrow \right\rangle, \left| \uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow \right\rangle, \left| \downarrow\downarrow \right\rangle \\ \left| \uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow \right\rangle \end{cases}$

zuzügl. Normierungsfaktor.

Beachte: Die Zustände im Triplet sind symmetrisch unter Vertauschung, im Singulett antisymmetrisch

Bemerkung: Die hier nicht explizit aufgeführten Normierungsfaktoren entsprechen den Clebsch-Gordan-Koeffizienten

35. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over every coefficient, e.g., for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

J	J	\dots
M	M	\dots
m_1	m_2	\dots
m_1	m_2	\dots
\vdots	\vdots	\vdots
\vdots	\vdots	\vdots
Coefficients		

$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$

$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$

$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$

$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$

$Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$

$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$

$d_{m,0}^\ell = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_\ell^m e^{-im\phi}$

$d_{m',m}^j = (-1)^{m-m'} d_{m,m'}^j = d_{-m,-m'}^j$

$d_{1,0}^1 = \cos \theta$

$d_{1/2,1/2}^{1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$

$d_{1/2,-1/2}^{1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$

$d_{1,1}^1 = \frac{1 + \cos \theta}{2}$

$d_{1,0}^1 = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$

$d_{1,-1}^1 = \frac{1 - \cos \theta}{2}$

$d_{3/2,3/2}^{3/2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$

$d_{3/2,1/2}^{3/2} = -\sqrt{3} \frac{1 + \cos \theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$

$d_{3/2,-1/2}^{3/2} = \sqrt{3} \frac{1 - \cos \theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$

$d_{3/2,-3/2}^{3/2} = -\frac{1 - \cos \theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$

$d_{1/2,1/2}^{3/2} = \frac{3 \cos \theta - 1}{2} \cos \frac{\theta}{2}$

$d_{1/2,-1/2}^{3/2} = -\frac{3 \cos \theta + 1}{2} \sin \frac{\theta}{2}$

$d_{2,2}^2 = \left(\frac{1 + \cos \theta}{2} \right)^2$

$d_{2,1}^2 = -\frac{1 + \cos \theta}{2} \sin \theta$

$d_{2,0}^2 = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta$

$d_{2,-1}^2 = -\frac{1 - \cos \theta}{2} \sin \theta$

$d_{2,-2}^2 = \left(\frac{1 - \cos \theta}{2} \right)^2$

$d_{1,1}^2 = \frac{1 + \cos \theta}{2} (2 \cos \theta - 1)$

$d_{1,0}^2 = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta$

$d_{1,-1}^2 = \frac{1 - \cos \theta}{2} (2 \cos \theta + 1)$

$d_{0,0}^2 = \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$

Figure 35.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974). The coefficients here have been calculated using computer programs written independently by Cohen and at LBNL.

Beispiele Addition von Drehimpulsen

Kombination dreier Spin- $\frac{1}{2}$ -Wellenfunktionen

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = (3 \oplus 1) \otimes 2 = (3 \oplus 2) \oplus (1 \oplus 2)$$

$$= (4 \oplus 2) \oplus (2)$$

symmetr. \uparrow \uparrow \uparrow antisymm. unter $1 \leftrightarrow 2$
 symm. unter $1 \leftrightarrow 2$

in symbol. Schreibweise:

$$|1, \begin{matrix} +1 \\ 0 \\ -1 \end{matrix}\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, \begin{matrix} +1/2 \\ -1/2 \end{matrix} \right\rangle = \begin{cases} \left| \frac{3}{2}, \begin{matrix} +3/2 \\ +1/2 \\ -1/2 \\ -3/2 \end{matrix} \right\rangle \\ \left| \frac{1}{2}, \begin{matrix} +1/2 \\ -1/2 \end{matrix} \right\rangle \end{cases}$$

$$|0, 0\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, \begin{matrix} +1/2 \\ -1/2 \end{matrix} \right\rangle = \left| \frac{1}{2}, \begin{matrix} +1/2 \\ -1/2 \end{matrix} \right\rangle$$

und symbol. mit Spins:

$$\left| \begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \right\rangle \otimes \left| \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \end{matrix} \right\rangle = \begin{cases} |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + (\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\uparrow, \\ |(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow\rangle + \downarrow\downarrow\uparrow, |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle \\ -2|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\uparrow\rangle, \\ |(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow\rangle - 2|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle \end{cases}$$

symm. unter $1 \leftrightarrow 2$
 wegen Orthogonalität

$$|\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\rangle \otimes \left| \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \end{matrix} \right\rangle = \begin{cases} |\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\uparrow\downarrow\rangle \end{cases}$$

antisymm. unter $1 \leftrightarrow 2$

Beachte: Normierungsfaktoren noch an Wellenfkt. anfügen

Orthogonalität

Der Faktor -2 in der Spinwellenfkt.

$$-2 |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow\rangle$$

folgt aus der geforderten Orthogonalität der Wellenfkt.en:

z.B.:

$$\begin{aligned} 0 &\stackrel{!}{=} \langle \uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow | n \cdot \uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow \rangle \\ &= n \cdot \underbrace{\langle \uparrow\uparrow\downarrow | \uparrow\uparrow\downarrow \rangle} + \underbrace{\langle \uparrow\downarrow\uparrow | \uparrow\downarrow\uparrow \rangle} + \underbrace{\langle \downarrow\uparrow\uparrow | \downarrow\uparrow\uparrow \rangle} \\ &= n \cdot 1 + 1 + 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n + 1 + 1 \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow n = -2$$

oder:

$$\begin{aligned} 0 &\stackrel{!}{=} \langle \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow | -2 \cdot \uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow \rangle \\ &= \langle \uparrow\downarrow\uparrow | \uparrow\downarrow\uparrow \rangle - \langle \downarrow\uparrow\uparrow | \downarrow\uparrow\uparrow \rangle \\ &= 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

Außerdem sind die Wellenfkt.en normiert, d.h.

$$\text{z.B. } \langle -2 \cdot \uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow | -2 \cdot \uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow \rangle \stackrel{!}{=} 1$$

$$\Rightarrow \text{Normierungsfaktor } \underline{\frac{1}{\sqrt{6}}} \cdot | -2 \cdot \uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow \rangle$$

Aufbau der Baryonen: $3 \otimes 3$ und $3 \otimes 3 \otimes 3$

• $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$

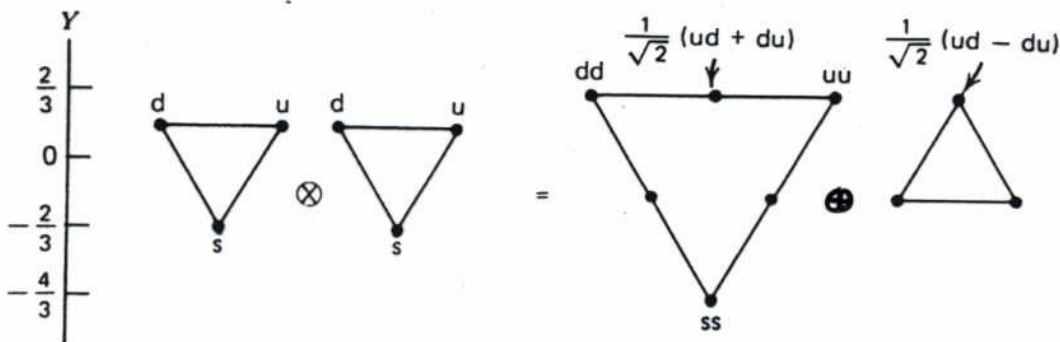


Fig. 2.6 The qq $SU(3)$ multiplets; $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$.

Beachte: d und u als $SU(2)$ Isospin-Dubett besitzen völlig analoge Kombinationswellenfkt.en, wie angedeutet

• $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$

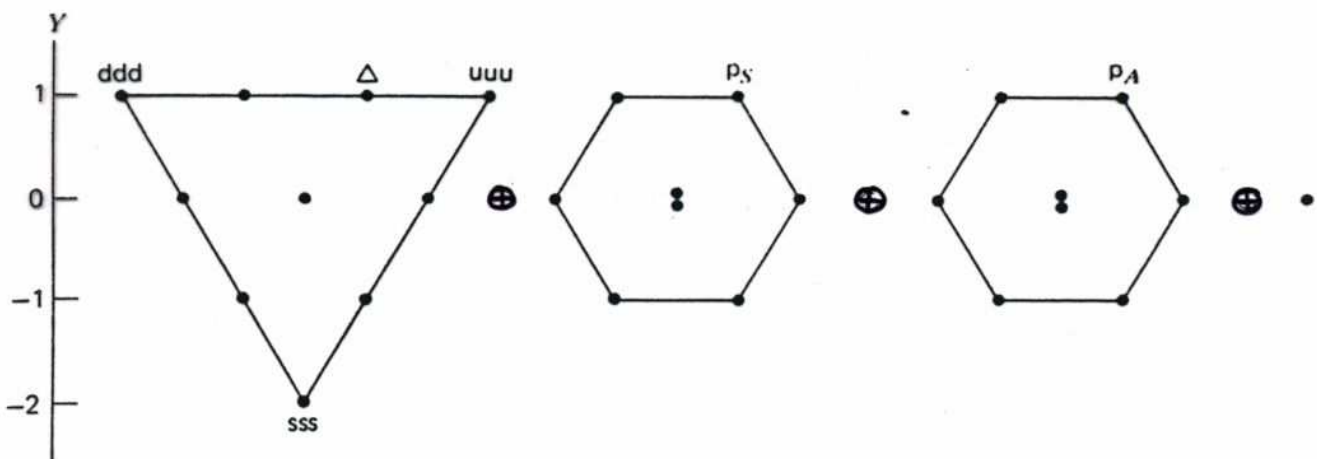


Fig. 2.7 The qqq $SU(3)$ multiplets; $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$.

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot [uud + (ud + du)u]$$

$$P_A = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [(ud - du)u]$$

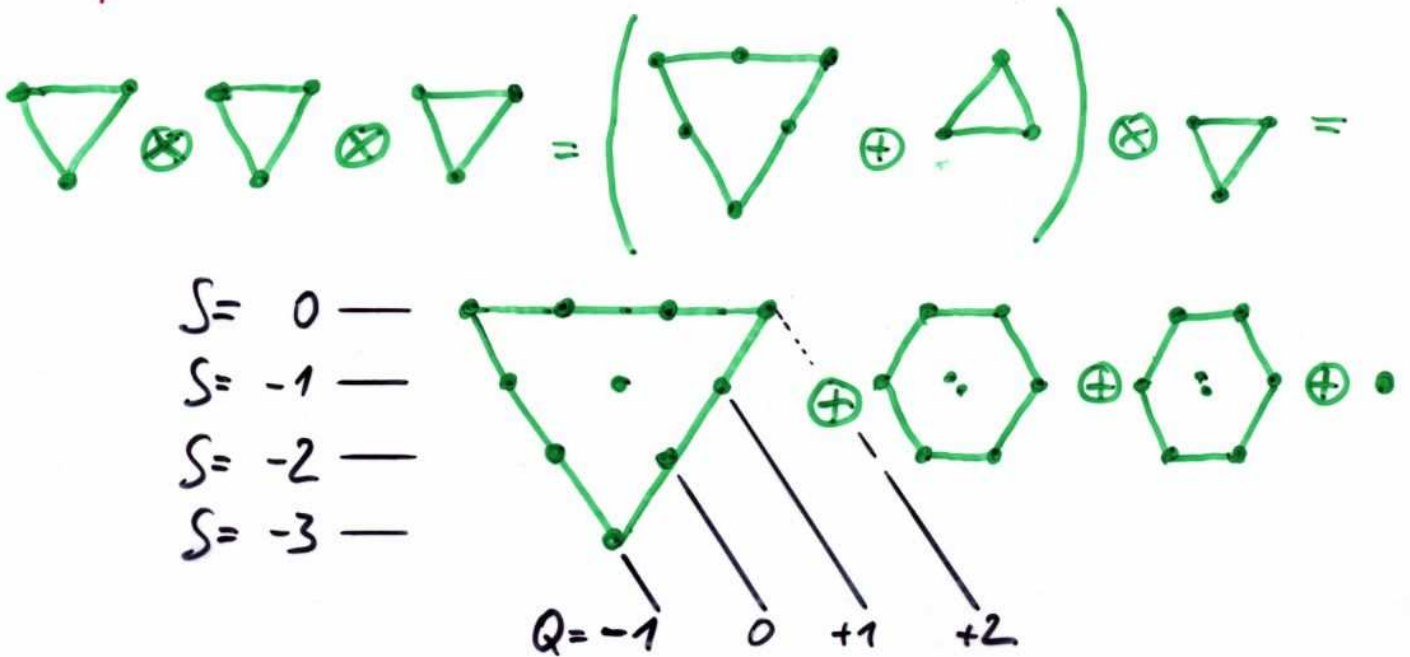
$$P_S = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot [(ud + du)u - 2uud]$$

Beachte/Vergleiche: Struktur der Spinwellenfkt.en in $2 \otimes 2 \otimes 2$!

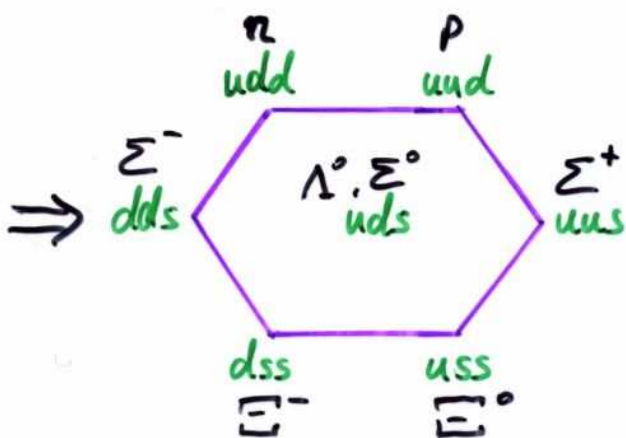
Aufbau der Baryonen

Jedes Baryon ist aus drei Quarks zusammengesetzt.
(Antibaryon aus drei Antiquarks)

Baryon:



Um die physikalischen Teilchen zu erhalten, muß man noch die kombinierten Spins hinzufügen



und ein Dekuplett der Spin- $3/2$ Baryonen

Oktaett der Spin- $1/2$ Baryonen

Proton im statischen Quarkmodell

Aus dem statischen Quarkmodell ergibt sich, daß die **Konstituenten des Protons** (u und d) sind.

Berücksichtigen muß man noch den Spin $\frac{1}{2}$, wobei man die Flavour-Wellenfkt. $\Psi(\text{flavour})$ mit der Spinwellenfkt. $\Psi(\text{Spin})$ kombinieren muß.

Es ist:

$$\Psi(\text{flavour}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\overbrace{(\underline{uud} - \underline{duu})}^{1 \leftrightarrow 3} + \overbrace{(\underline{udu} - \underline{duu})}^{1 \leftrightarrow 2} + \overbrace{(\underline{uud} - \underline{udu})}^{2 \leftrightarrow 3} \right]$$

$$\Psi(\text{Spin}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\overbrace{(\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow)} + \overbrace{(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)} + \overbrace{(\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow)} \right]$$

$$\Rightarrow |p \uparrow\rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\Psi_{12}(\text{Spin}) \cdot \Psi_{12}(\text{flavour}) + \Psi_{23}(\text{Spin}) \cdot \Psi_{23}(\text{flavour}) + \Psi_{13}(\text{Spin}) \cdot \Psi_{13}(\text{flavour}) \right]$$

$$\Rightarrow |p \uparrow\rangle = \frac{1}{3\sqrt{2}} \left(\begin{aligned} &2u\uparrow u\uparrow d\downarrow + 2d\downarrow u\uparrow u\uparrow + 2u\uparrow d\downarrow u\uparrow \\ &- u\downarrow d\uparrow u\uparrow - u\uparrow u\downarrow d\uparrow - u\downarrow u\uparrow d\uparrow \\ &- d\uparrow u\downarrow u\uparrow - u\uparrow d\uparrow u\downarrow - d\uparrow u\uparrow u\downarrow \end{aligned} \right)$$

Ist symmetrisch unter Vertauschungen $1 \leftrightarrow 2, 1 \leftrightarrow 3, 2 \leftrightarrow 3!$
Wird antisym. durch Hinzufügen von $\Psi(\text{colour})!$

Anomales magnet. Moment von Proton & Neutron

Auch ohne einen expliziten Nachweis der Existenz von Quarks ist das statische Quarkmodell durch Vorhersagen von Eigenschaften der Hadronen prüfbar.

Z.B. das Verhältnis der magnet. Momente von Neutron und Proton: Messung $\frac{\mu_n}{\mu_p} \approx \frac{-1.91}{+2.79} \cdot \frac{m_p}{m_n} \approx \underline{0.68}$

Das statische Quarkmodell liefert aus der Wellenfkt

$$|p \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(2 u \uparrow u \uparrow d \downarrow + 2 d \downarrow u \uparrow u \uparrow + 2 u \uparrow d \downarrow u \uparrow \right. \\ \left. - u \downarrow d \uparrow u \uparrow - u \uparrow u \downarrow d \uparrow - u \downarrow u \uparrow d \uparrow \right. \\ \left. - d \uparrow u \downarrow u \uparrow - u \uparrow d \uparrow u \downarrow - d \uparrow u \uparrow u \downarrow \right)$$

(dito für Neutron mit $u \leftrightarrow d$ vertauscht) eine Abschätzung des magnet. Moments zu:

$$\mu_p = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \right)^2 \cdot \left[2^2 \cdot (+\mu_u + \mu_u - \mu_d) \cdot 3 + (-\mu_u + \mu_d + \mu_u) \cdot 6 \right]$$

$$\Rightarrow \mu_p = \frac{4}{3} \mu_u - \frac{1}{3} \mu_d ; \text{ analog: } \mu_n = \frac{4}{3} \mu_d - \frac{1}{3} \mu_u$$

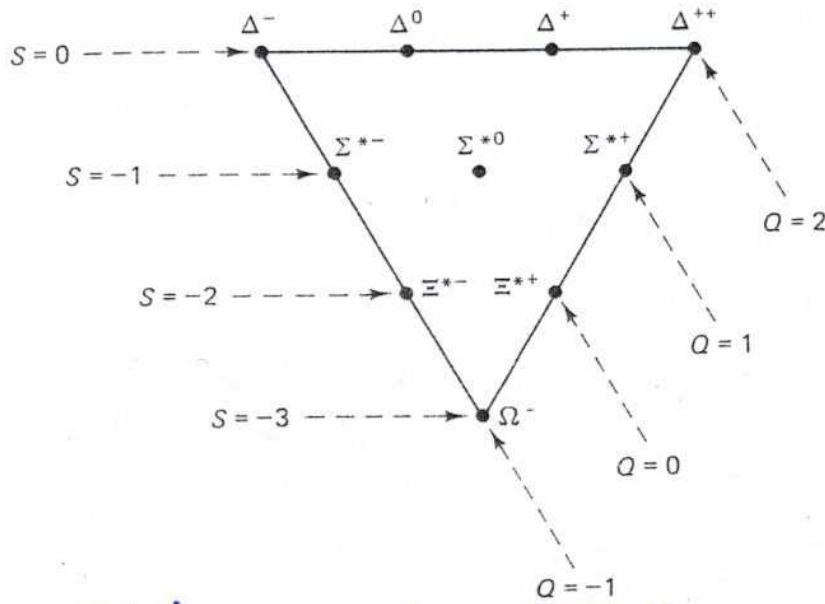
Berücksichtigt man die el. Ladung von $Q_u = +\frac{2}{3}$, $Q_d = -\frac{1}{3}$ und nimmt vergleichbare Massen $m_u \approx m_d$ (wg. starker

Isospinvarianz) an, so folgt ($\mu_q \equiv e\hbar/2m_qc$):

$$\boxed{\frac{\mu_n}{\mu_p} = \frac{\frac{4}{3} \cdot (-\frac{1}{3}) \mu_q - \frac{1}{3} \cdot (+\frac{2}{3}) \mu_q}{\frac{4}{3} \cdot (+\frac{2}{3}) \mu_q - \frac{1}{3} \cdot (-\frac{1}{3}) \mu_q} = -\frac{2}{3}}$$

in guter Übereinstimmung mit Messung!

Baryonen - Dekuplett und weitere Mesonen



Baryonen
mit Spin $3/2$

The Baryon Decuplet

⇒ Vorhersage des Ω⁻ Baryons

Mesonen mit verschiedenen Kombinationen von $\left\{ \begin{array}{l} \text{Bahndrehimpuls} \\ \text{Spin} \end{array} \right.$

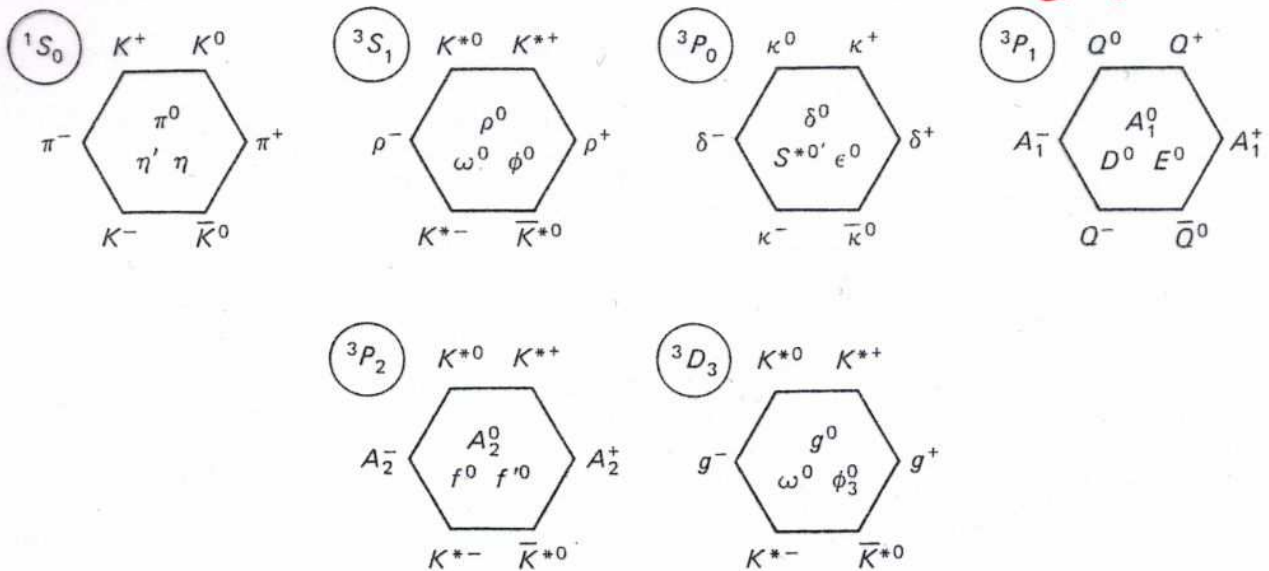


Figure 1.11 Established meson nonets. Obviously, we are running out of letters. It is customary to distinguish different particles represented by the same letter by indicating the mass parenthetically (in MeV/c²), thus K*(892), K*(1430), K*(1650), and so on. In this figure the supermultiplets are labeled in spectroscopic notation (see Chap. 5). At present, there are no complete baryon supermultiplets beyond the octet and decuplet, although there are many partially filled diagrams.

Entdeckung des Ω^- Baryons

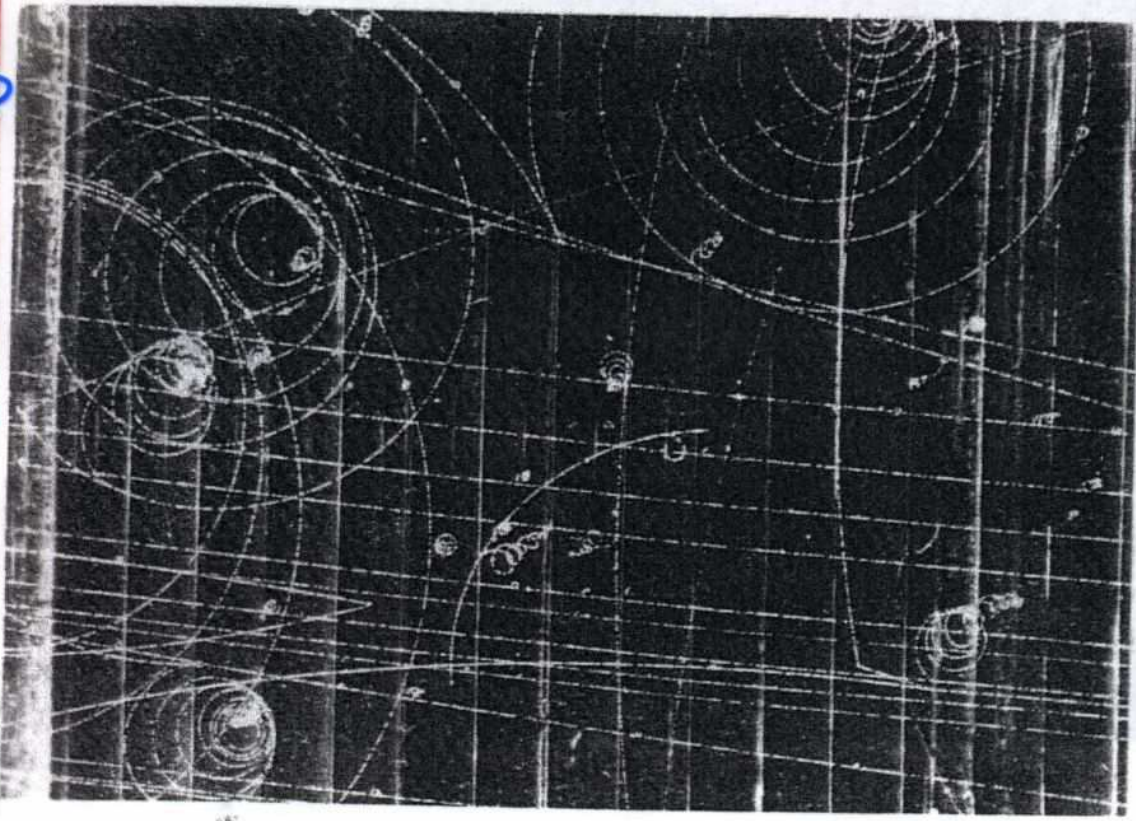
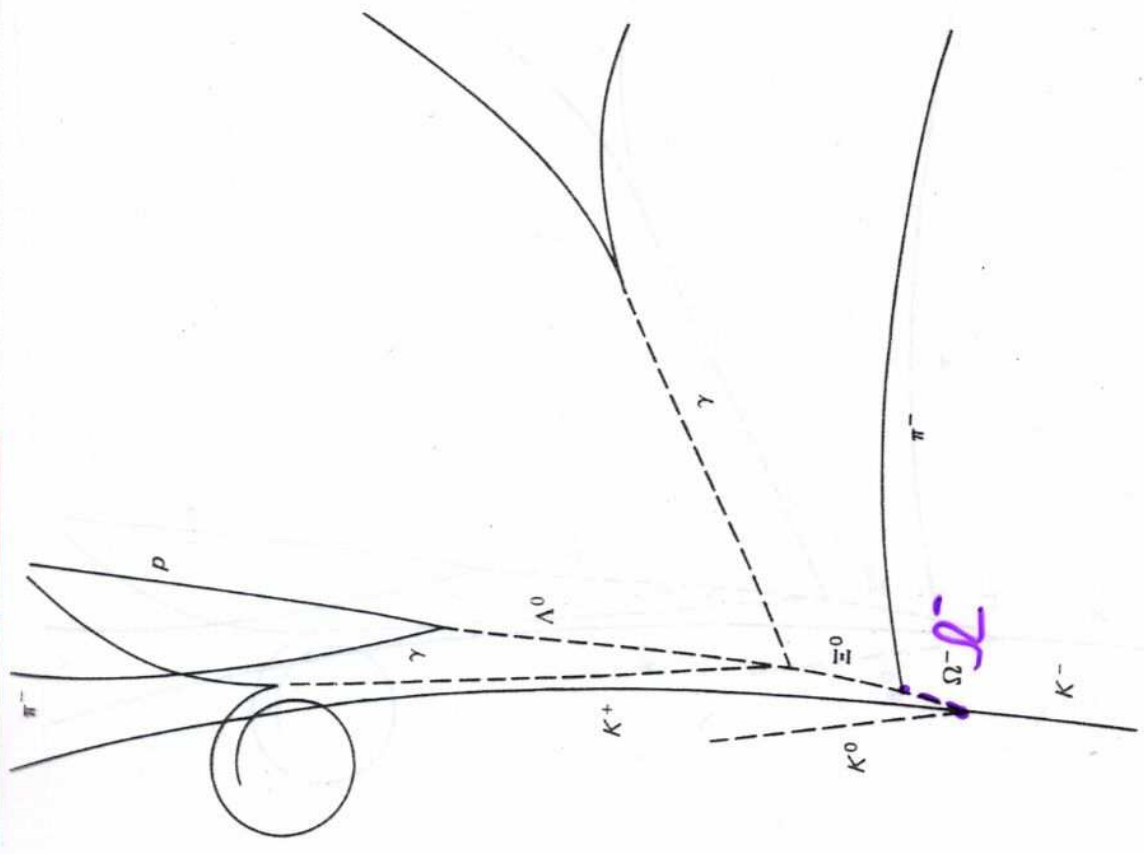


Figure 1.10 The discovery of the Ω^- . The actual bubble chamber photograph is shown on the left; a line diagram of the relevant tracks on the right. (Photo courtesy Brookhaven National Laboratory.)



2 13. Quark model

Table 13.2: Suggested $q\bar{q}$ quark-model assignments for most of the known mesons. Some assignments, especially for the 0^{++} multiplet and for some of the higher multiplets, are controversial. Mesons in bold face are included in the Meson Summary Table. Of the light mesons in the Summary Table, the $f_0(1500)$, $f_1(1510)$, $f_2(1950)$, $f_2(2300)$, $f_2(2340)$, and one of the two peaks in the $\eta(1440)$ entry are not in this table. Within the $q\bar{q}$ model, it is especially hard to find a place for the first two of these f mesons and for one of the $\eta(1440)$ peaks. See the "Note on Non- $q\bar{q}$ Mesons" at the end of the Meson Listings.

$N^{2S+1}L_J$	J^{PC}	$u\bar{d}, u\bar{u}, d\bar{d}$ $I = 1$	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$ $I = 0$	$c\bar{c}$ $I = 0$	$b\bar{b}$ $I = 0$	$\bar{s}u, \bar{s}d$ $I = 1/2$	$c\bar{u}, c\bar{d}$ $I = 1/2$	$c\bar{s}$ $I = 0$	$\bar{b}u, \bar{b}d$ $I = 1/2$	$\bar{b}s$ $I = 0$	$\bar{b}c$ $I = 0$
1^1S_0	0^{-+}	π	η, η'	η_c		K	D	D_s	B	B_s	B_c
1^3S_1	1^{--}	ρ	ω, ϕ	$J/\psi(1S)$	$\Upsilon(1S)$	$K^*(892)$	$D^*(2010)$	D_s^*	B^*	B_s^*	
1^1P_1	1^{+-}	$b_1(1235)$	$h_1(1170), h_1(1380)$	$h_c(1P)$		K_{1B}^\dagger	$D_1(2420)$	$D_{s1}(2536)$			
1^3P_0	0^{++}	$a_0(1450)^*$	$f_0(1370)^*, f_0(1710)^*$	$\chi_{c0}(1P)$	$\chi_{b0}(1P)$	$K_0^*(1430)$					
1^3P_1	1^{++}	$a_1(1260)$	$f_1(1285), f_1(1420)$	$\chi_{c1}(1P)$	$\chi_{b1}(1P)$	K_{1A}^\dagger					
1^3P_2	2^{++}	$a_2(1320)$	$f_2(1270), f_2'(1525)$	$\chi_{c2}(1P)$	$\chi_{b2}(1P)$	$K_2^*(1430)$	$D_2^*(2460)$				
1^1D_2	2^{-+}	$\pi_2(1670)$	$\eta_2(1645), \eta_2(1870)$			$K_2(1770)$					
1^3D_1	1^{--}	$\rho(1700)$	$\omega(1650)$	$\psi(3770)$		$K^*(1680)^\ddagger$					
1^3D_2	2^{--}					$K_2(1820)$					
1^3D_3	3^{--}	$\rho_3(1690)$	$\omega_3(1670), \phi_3(1850)$			$K_3^*(1780)$					
1^3F_4	4^{++}	$a_4(2040)$	$f_4(2050), f_4(2220)$			$K_4^*(2045)$					
2^1S_0	0^{-+}	$\pi(1300)$	$\eta(1295), \eta(1440)$	$\eta_c(2S)$		$K(1460)$					
2^3S_1	1^{--}	$\rho(1450)$	$\omega(1420), \phi(1680)$	$\psi(2S)$	$\Upsilon(2S)$	$K^*(1410)^\ddagger$					
2^3P_2	2^{++}		$f_2(1810), f_2(2010)$		$\chi_{b2}(2P)$	$K_2^*(1980)$					
3^1S_0	0^{-+}	$\pi(1800)$	$\eta(1760)$			$K(1830)$					

* See our scalar minireview in the Particle Listings. The candidates for the $I = 1$ states are $a_0(980)$ and $a_0(1450)$, while for $I = 0$ they are: $f_0(400-1200)$, $f_0(980)$, $f_0(1370)$, and $f_0(1710)$. The light scalars are problematic, since there may be two poles for one $q\bar{q}$ state and $a_0(980)$, $f_0(980)$ may be $K\bar{K}$ bound states.

† The K_{1A} and K_{1B} are nearly equal (45°) mixes of the $K_1(1270)$ and $K_1(1400)$.

‡ The $K^*(1410)$ could be replaced by the $K^*(1680)$ as the 2^3S_1 state.

8 13. Quark model

Table 13.4: Quark-model assignments for many of the known baryons in terms of a flavor-spin SU(6) basis. Only the dominant representation is listed. Assignments for some states, especially for the $\Lambda(1810)$, $\Lambda(2350)$, $\Xi(1820)$, and $\Xi(2030)$, are merely educated guesses. For assignments of the charmed baryons, see the “Note on Charmed Baryons” in the Particle Listings.

J^P	(D, L_N^P)	S	Octet members			Singlets
$1/2^+$	$(56, 0_0^+)$	$1/2$	$N(939)$	$\Lambda(1116)$	$\Sigma(1193)$	$\Xi(1318)$
$1/2^+$	$(56, 0_2^+)$	$1/2$	$N(1440)$	$\Lambda(1600)$	$\Sigma(1660)$	$\Xi(?)$
$1/2^-$	$(70, 1_1^-)$	$1/2$	$N(1535)$	$\Lambda(1670)$	$\Sigma(1620)$	$\Xi(?)$ $\Lambda(1405)$
$3/2^-$	$(70, 1_1^-)$	$1/2$	$N(1520)$	$\Lambda(1690)$	$\Sigma(1670)$	$\Xi(1820)$ $\Lambda(1520)$
$1/2^-$	$(70, 1_1^-)$	$3/2$	$N(1650)$	$\Lambda(1800)$	$\Sigma(1750)$	$\Xi(?)$
$3/2^-$	$(70, 1_1^-)$	$3/2$	$N(1700)$	$\Lambda(?)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$
$5/2^-$	$(70, 1_1^-)$	$3/2$	$N(1675)$	$\Lambda(1830)$	$\Sigma(1775)$	$\Xi(?)$
$1/2^+$	$(70, 0_2^+)$	$1/2$	$N(1710)$	$\Lambda(1810)$	$\Sigma(1880)$	$\Xi(?)$ $\Lambda(?)$
$3/2^+$	$(56, 2_2^+)$	$1/2$	$N(1720)$	$\Lambda(1890)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$
$5/2^+$	$(56, 2_2^+)$	$1/2$	$N(1680)$	$\Lambda(1820)$	$\Sigma(1915)$	$\Xi(2030)$
$7/2^-$	$(70, 3_3^-)$	$1/2$	$N(2190)$	$\Lambda(?)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$ $\Lambda(2100)$
$9/2^-$	$(70, 3_3^-)$	$3/2$	$N(2250)$	$\Lambda(?)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$
$9/2^+$	$(56, 4_4^+)$	$1/2$	$N(2220)$	$\Lambda(2350)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$
Decuplet members						
$3/2^+$	$(56, 0_0^+)$	$3/2$	$\Delta(1232)$	$\Sigma(1385)$	$\Xi(1530)$	$\Omega(1672)$
$1/2^-$	$(70, 1_1^-)$	$1/2$	$\Delta(1620)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$
$3/2^-$	$(70, 1_1^-)$	$1/2$	$\Delta(1700)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$
$5/2^+$	$(56, 2_2^+)$	$3/2$	$\Delta(1905)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$
$7/2^+$	$(56, 2_2^+)$	$3/2$	$\Delta(1950)$	$\Sigma(2030)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$
$11/2^+$	$(56, 4_4^+)$	$3/2$	$\Delta(2420)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$

Quantenzahlen der Mesonen (und Baryonen)

Neben Gesamtdrehimpuls J , Bahndrehimpuls L , Spin S und dem Analogon zur Hauptquantenzahl N gibt es weitere Quantenzahlen, die häufiger in der Klassifizierung der Hadronen benutzt werden, insbesondere wenn diese Quantenzahlen in starker Wechselwirkung erhalten bleiben. Zu diesen Quantenzahlen gehören:

- Parität P , die zu einer Punktspiegelung am Ursprung gehört. Für ein π^+ -Meson $|u\bar{d}\rangle$ gilt $P=-1$:
 $\hat{P}|\pi^+\rangle = \hat{P}|u\bar{d}\rangle = -|u\bar{d}\rangle$ (\hat{P} ist Paritätsoperator)

oder ganz allgemein:

$$\hat{P}|q\bar{q}'\rangle = (-1)^{L+1} \cdot |q\bar{q}'\rangle \quad (L \text{ ist Bahndrehimpuls})$$

- C-Parität, bezeichnet die Invertierung aller ladungsartigen Quantenzahlen (elektr. Ladung, Strangeness, Baryonenzahl, Farbladung, ...). Nur $q\bar{q}$ -Zustände können definierte Eigenwerte zum \hat{C} -Paritätsoperator sein, wobei gilt:

$$\hat{C}|q\bar{q}'\rangle = (-1)^{L+S} |q\bar{q}'\rangle$$

also fürs $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}|d\bar{d} - u\bar{u}\rangle$: $\hat{C}|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle$, d.h. $C=+1$

Quantenzahlen der Mesonen (und Baryonen)

Für Mesonen aus $q\bar{q}'$ -Zuständen mit $q \neq q'$ lässt sich eine Verallgemeinerung der C-Parität definieren, sodass auch diesen Mesonen eine entsprechende Quantenzahl zugewiesen werden kann, die

- G-Parität, die sich aus der Kombination zweier Operatoren (\hat{C} und eine Rotation um 180° im Isospinraum)

$$\hat{G} := \hat{C} \cdot e^{-i\pi I_2}$$

Die Rotation im Isospinraum bedeutet letztlich nur den Austausch von $u \leftrightarrow d$ -Quark in den Wellenfunktionen, z.B. $(|u\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |d\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, e^{-i\pi I_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \text{d.h. } e^{-i\pi I_2} |u\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -|d\rangle$

$$\hat{G} |\pi^+\rangle = \hat{G} |u\bar{d}\rangle = \hat{C} e^{-i\pi I_2} |u\bar{d}\rangle = -\hat{C} |d\bar{u}\rangle = -|\bar{d}u\rangle = -|\pi^+\rangle$$

also G-Parität des π^+ ist: $G = -1$ (dito \bar{u}^-, π^0)

Allgemein gilt für die G-Parität eines Mesons

$$\hat{G} |q\bar{q}'\rangle = (-1)^{I+L+S} |q\bar{q}'\rangle \quad (I \text{ ist der starke Isospin})$$

Da Baryonen nur aus Quarks bzw. Antiquarks aufgebaut sind, kann keine C- oder G-Parität für diese Teilchen angegeben werden. Einzig eine Parität P existiert, die sich aus der Protonparität $\hat{P} |p\rangle = +1 \cdot |p\rangle$ für die übrigen Baryonen herleiten lässt.

Problem des Ω^- Baryons

Ω^- besteht aus drei s-Quarks
und hat Gesamtspin $J = \frac{3}{2}$ mit $J_3 = \frac{3}{2}$

⇒ Wellenfunktion des Ω^- :

$$\Psi_{\Omega^-} = |s \uparrow s \uparrow s \uparrow \rangle$$

ist symmetrisch! Erwartung ist eine antisymmetrische Wellenfkt. bei Austausch von identischen Fermionen

→ Pauli-Ausschlußprinzip verletzt, wenn sich die Quantenzahlen der Quarks in keiner Eigenschaft unterscheiden

→ Postulat der "Farbladung" von Quarks
Man ordnet jedens der drei Quarks eine unterschiedliche neuartige Ladung zu, die es in drei verschiedenen Varianten gibt, die aber außerhalb des Baryons (Mesons) unsichtbar ist!

→ Farbladung

in Analogie zur Farblehre: rot + grün + blau = weiß
rot + antirot = schwarz
etc.