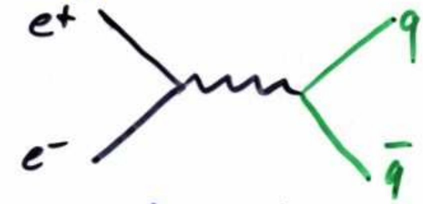
Vor der Entdeckung des Gluons

Bis zur zweiten Hälfte der 1970er Jahre hatten z.B. Collider-Experimente am SPEAR e^+e^--Beschleuniger des Stanford-Beschleunigerzentrums (SLAC) verschiedene Eigenschaften der Quarks im Prozeß

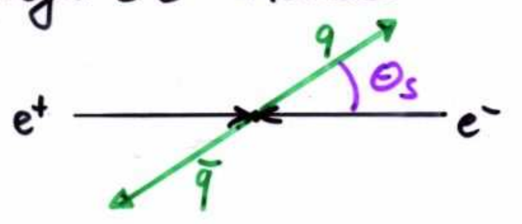


bei Schwerpunkts-energien von 3 – 7.4 GeV untersucht und gefunden, daß

- Quarks nicht als freie drittelzahlig geladene Teilchen auftreten, sondern durch starke Ww. immer in eine Gruppe von Hadronen umgewandelt werden (Confinement)
- Hadronen eine gewisse "Erinnerung" an Richtung und Impuls des Quarks haben (Jetstruktur)

- Quarks den Spin $1/2\,\hbar$ aufweisen

Winkelverteilung der Jets bzgl. e^+e^--Achse



$$\text{Spin}\begin{Bmatrix} 0 \\ 1/2 \end{Bmatrix} \rightarrow \text{Verteilungen} \begin{Bmatrix} \sin^2\theta_s \\ 1+\cos^2\theta_s \end{Bmatrix}$$

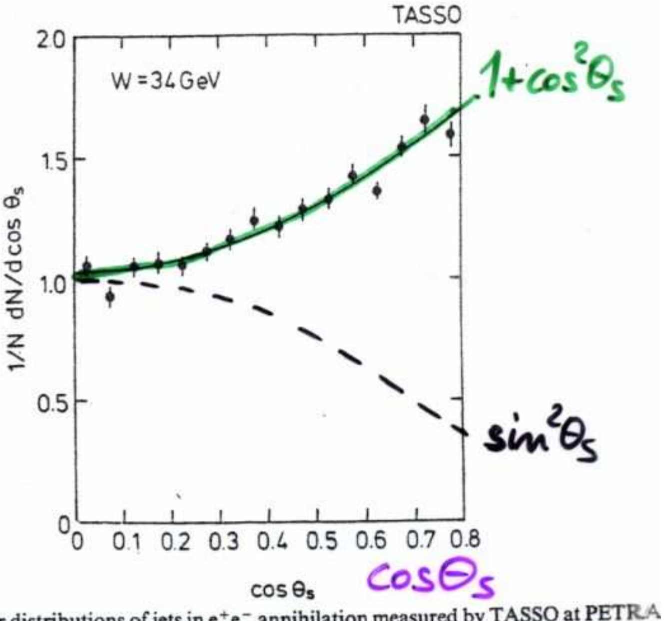


Figure 8 Angular distributions of jets in e^+e^- annihilation measured by TASSO at PETRA compared with the expected angular distribution for spin-1/2 quarks ($1+\cos^2\theta$).

Jetstruktur der Hadronen

Mitte der 1970er Jahre wurde die Jetstruktur bei der Entstehung von Hadronen aus e^+e^--Vernichtungsprozessen beobachtet. Da die verfügbare Energie im Schwerpunktsystem beim SPEAR-Beschleuniger maximal gerade 7 GeV betrug und bei diesen geringen Energien im Mittel gerade fünf geladene Teilchen und etwa ebenso viele Photonen (aus den Zerfällen der ebenfalls erzeugten π^0-Mesonen, $\pi^0 \to \gamma\gamma$) erzeugt und registriert werden, beträgt die mittlere Energie der π-Mesonen nur etwa

$$\langle E_\pi \rangle \simeq \frac{7\,\text{GeV}}{5\pi^\pm + 2.5\pi^0} \simeq \frac{7}{7.5}\,\text{GeV} \simeq 0.9\,\text{GeV}.$$

bzw. für die kleinste Energie des SPEAR-Beschl. von 3 GeV bei im Mittel $3.5\,\pi^\pm + \frac{1}{2}\cdot 3.5\,\pi^0$:

$$\langle E_\pi \rangle = \frac{3\,\text{GeV}}{5.3} \simeq 0.57\,\text{GeV}$$

Um mit diesen kleinen Teilchenanzahlen und den geringen Energien eine Jetstruktur — also eine Bündelung der erzeugten Teilchen entlang der ursprünglichen (Anti-)Quarkrichtung — zu erkennen, mußte eine statistische Auswertemethode benutzt werden, in der die Verteilung der Teilchen im Endzustand das Maß war.

- Impulstensor:

$$\Theta^{\alpha\beta} := \sum_i \left((\vec{p}_i)^2 \delta^{\alpha\beta} - p_i^\alpha p_i^\beta \right)$$

- Eigenwertgl.:

$$\left(\Theta^{\alpha\beta} - \underbrace{\lambda}_{\text{Eigenwerte}} \delta^{\alpha\beta}\right) \cdot \underbrace{\vec{e}}_{\text{Eigenvektoren}} = 0$$

- Relationen zu Eigenwerten:

$$\text{Spur } \Theta^{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^{3} \lambda_j = 2 \sum (\vec{p}_i)^2$$

- ObdA: $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ sei Eigenvektor zu Eigenwert λ_3
(kann immer durch geeignete Rotation des Koordinatensystems erreicht werden, weitere Konsequenzen s.u.)

dann:
$$\left(\Theta^{\alpha\beta} - \lambda_3 \delta^{\alpha\beta}\right) \cdot \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} -\sum (p_i^1)(p_i^3) \\ -\sum (p_i^2)(p_i^3) \\ \sum (\vec{p}_i)^2 - (p_i^3)^2 - \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \sum (\vec{p}_i)^2 - (p_i^3)^2 - \lambda_3 = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\lambda_3 = \sum (\vec{p}_i)^2 - (p_i^3)^2 = \sum (\vec{p}_\perp)^2_{min}}$$

Dabei ist $\sum (\vec{p}_\perp)^2_{min}$ minimal, denn es war obdA angenommen worden, daß die Eigenwerte

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$$

erfüllen (auch dieses kann durch eine geeignete Rotation immer erreicht werden)

Jetstruktur der Hadronen ...

... wurde durch Messung der Sphärizität S der Verteilung im Detektor registrierter Teilchen festgestellt. S berechnet sich aus den Eigenwerten $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ des Impulstensors

$$T^{\alpha\beta} \equiv \sum_{\text{Teilchen } i} \left(\delta^{\alpha\beta} \vec{p}_i^{\,2} - p_i^\alpha p_i^\beta \right),$$

wobei $\alpha, \beta = x, y, z$ die drei räumlichen Komponenten des Teilchenimpulses $\vec{p}_i$ indizieren. Aus den Eigenwerten, für die

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 2 \sum_i \vec{p}_i^{\,2}$$

und

$$\lambda_3 = \left(\sum_i \vec{p}_i^{\,2} - (p_i^3)^2 \right)_{min} = \left(\sum_i p_{\perp,i}^2 \right)_{min}$$

(o.B.d.A. wurde Achse 3 als Eigenvektor für λ_3 gewählt) gilt, wird die Sphärizität S berechnet, welche definiert ist als:

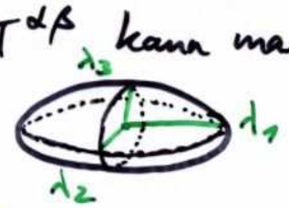
$$S \equiv \frac{3\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} = \frac{3\left(\sum p_{\perp,i}^2\right)_{min}}{2\sum \vec{p}_i^{\,2}}.$$

S hat den Wertebereich $[0, 1]$, wobei

$S = 0 \;\hat{=}$  maximale Jetstruktur

$S = 1 \;\hat{=}$  völlig sphärische Struktur

NB. Die Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ von $T^{\alpha\beta}$ kann man als die Halbachsen eines Ellipsoiden betrachten



NB: Sphärizität ist ein Beispiel für Topologiemeßgrößen bzw. Formvariablen.

Jetstruktur der Hadronen: SLAC-LBL magnetic Detector

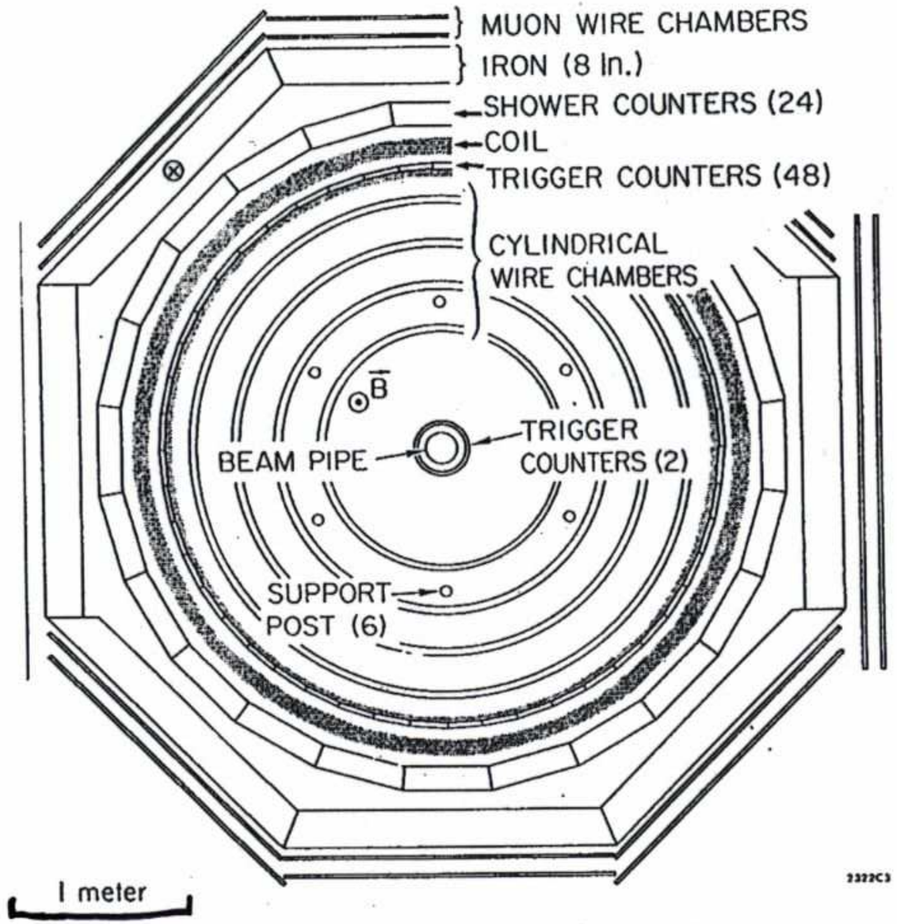


Fig. 1

Jetstruktur der Hadronen

Mittelwert der Sphärizität über viele $e^+e^- \to q\bar{q}$ Reaktionen

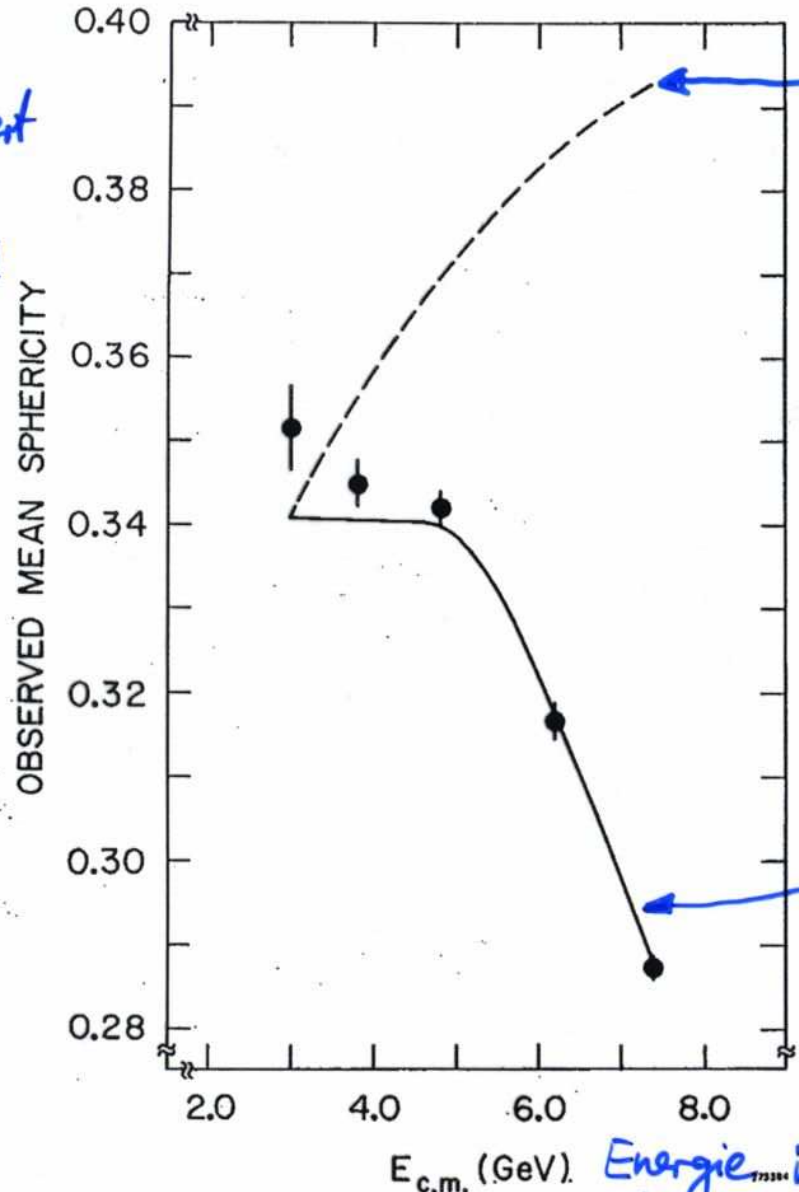


Fig. 1

Modell einer sphärischen Verteilung der Teilchen

Modell einer Jetstruktur der Teilchen

Energie im Schwerpunkt = system

Verteilung der gemess. Sphärizit.

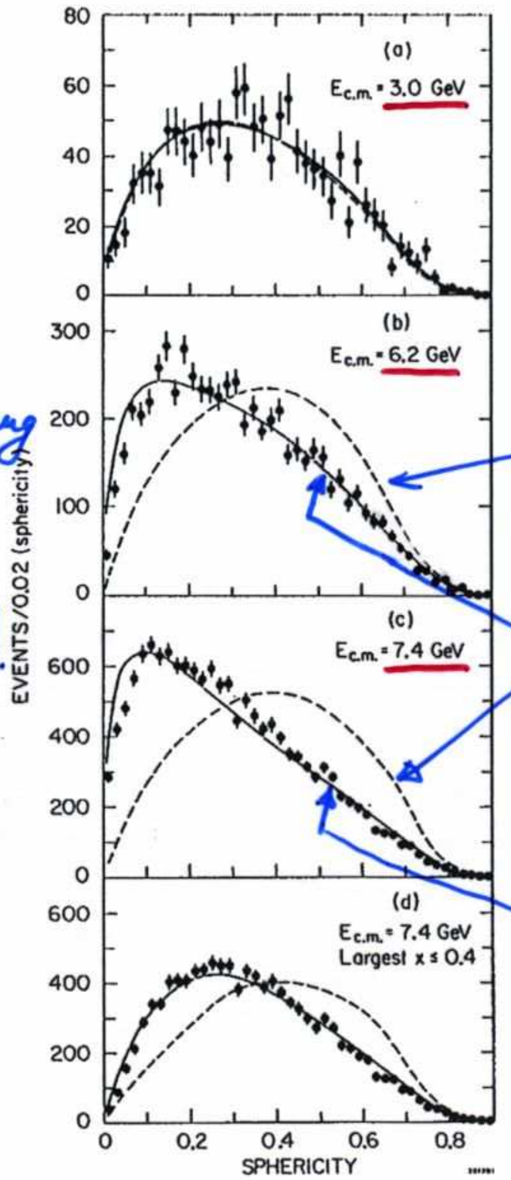


Fig. 2

sphärisches Modell

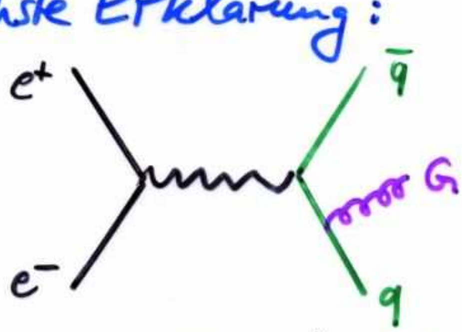
Jetstru… turmo… dell

Entdeckung des Gluons

Ein erster wichtiger Schritt der Bestätigung von QCD als Theorie der starken Wechselwirkung ist der Nachweis der Existenz von Gluonen. Bis 1979 konnten in e^+e^--Vernichtung nur Endzustände mit 2 (mehr oder weniger) breiten Jets von Hadronen beobachtet werden. Mitte 1979 wurden erstmals Endzustände mit 3 Jets beobachtet (spezielle Analysemethoden wurden damals entwickelt und eingesetzt, um solche 3-Jet-Endzustände automatisch mittels Computer zu identifizieren).

Da Quarks Fermionen (Spin ½) sind und zwei Fermionen (e^+e^-) nicht in drei übergehen können, ist der dritte Jet ein Zeichen eines neuen Teilchens (Boson, ganzzahliger Spin). Dieses Teilchen trägt Farbladung, da es sich in Hadronen umwandelt.

Natürlichste Erklärung:



(harte nicht-kollineare) Gluonbremsstrahlung.

(Auch eine statistische Fluktuation scheidet als Erklärung aus, da in der Folgezeit weitere 3-Jet-Endzustände beobachtet wurden.)

Typ. 2-Jet-Endzustand

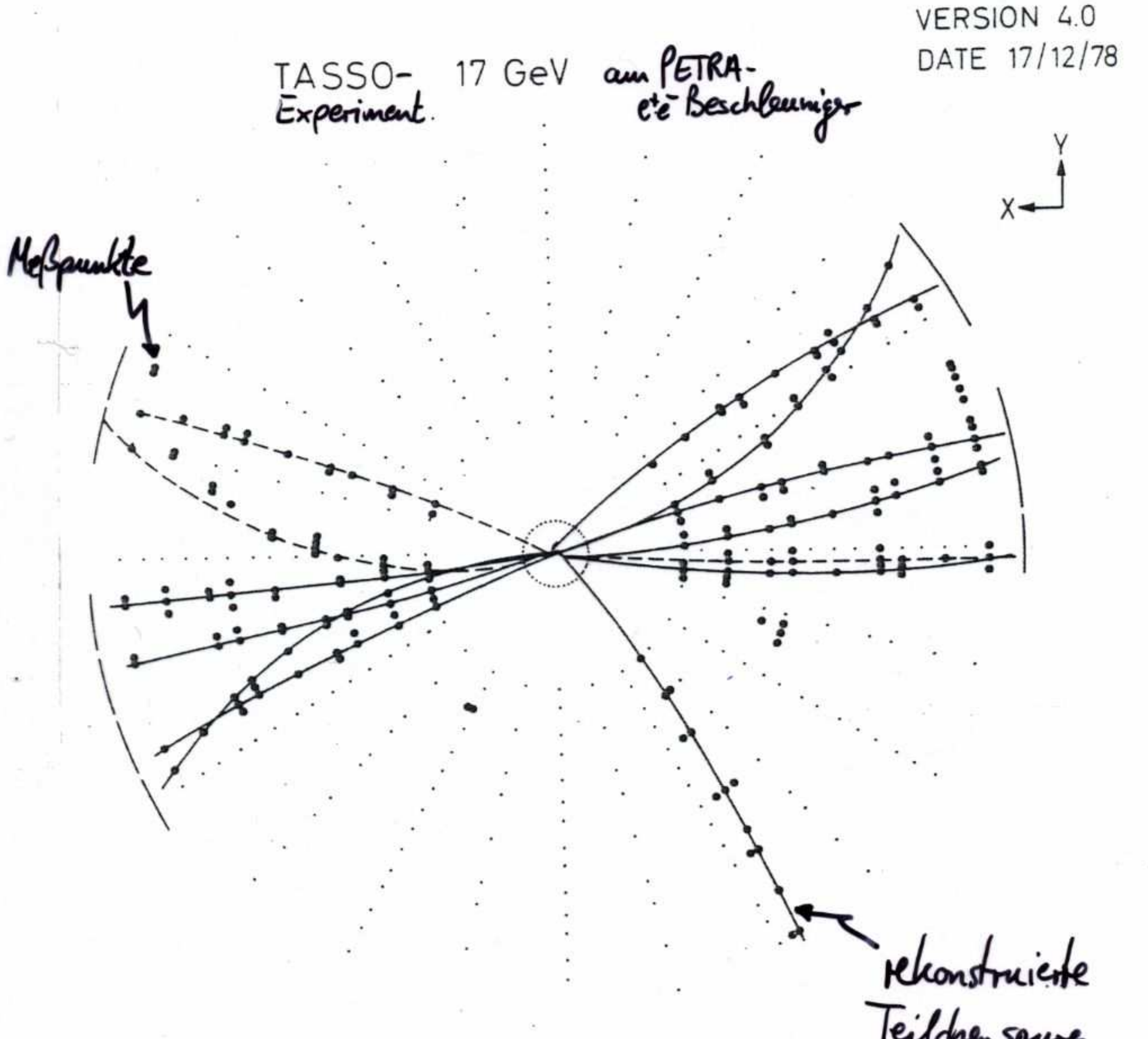


Fig. 6

Querschnitt durch das TASSO-Experiment @ PETRA

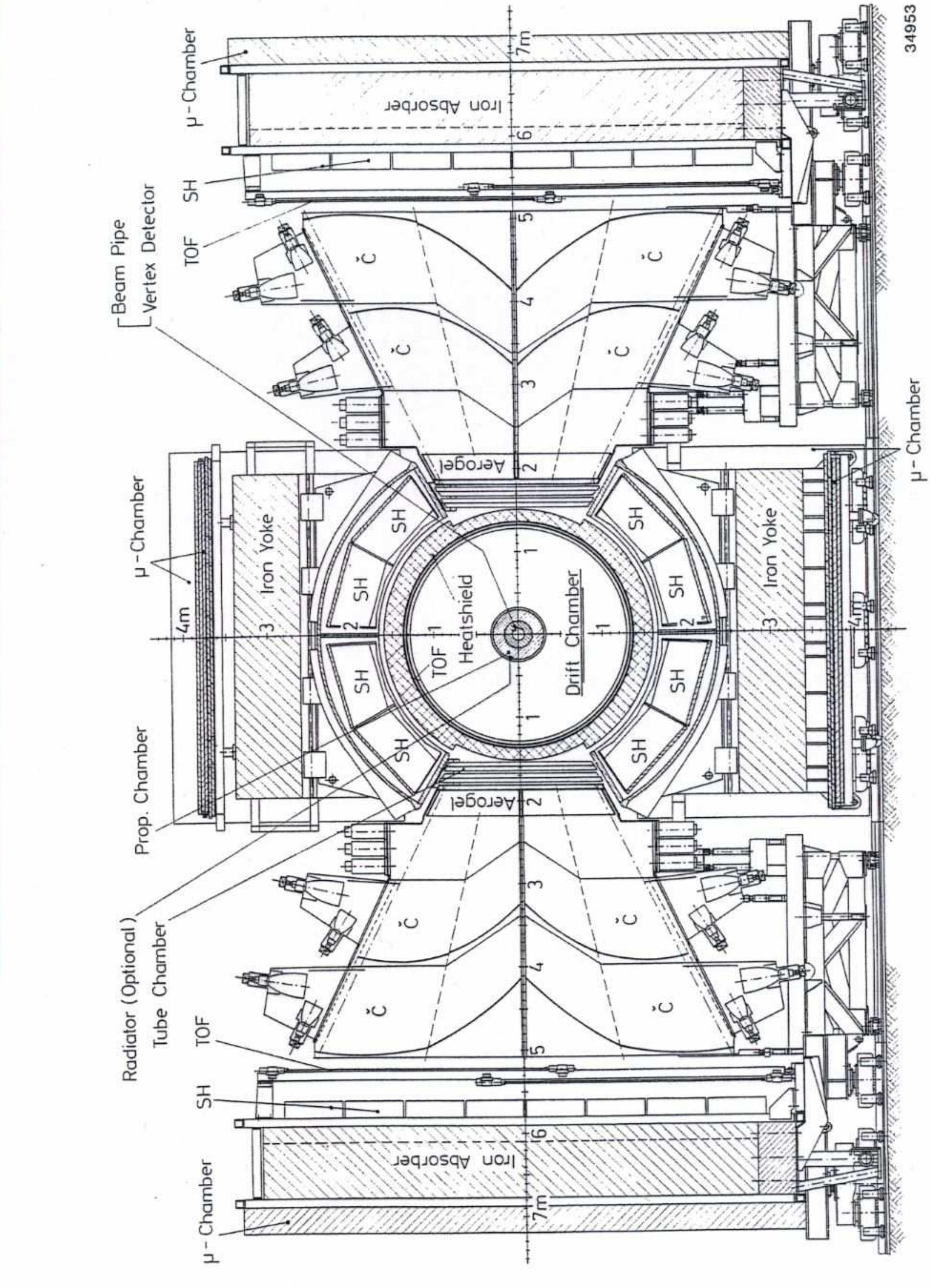


Fig. 1.23a. End view of the TASSO detector.

Erster beobachteter 3-Jet-Endzustand

TASSO@PETRA bei Schwerpunktsenergie von 27.4 GeV

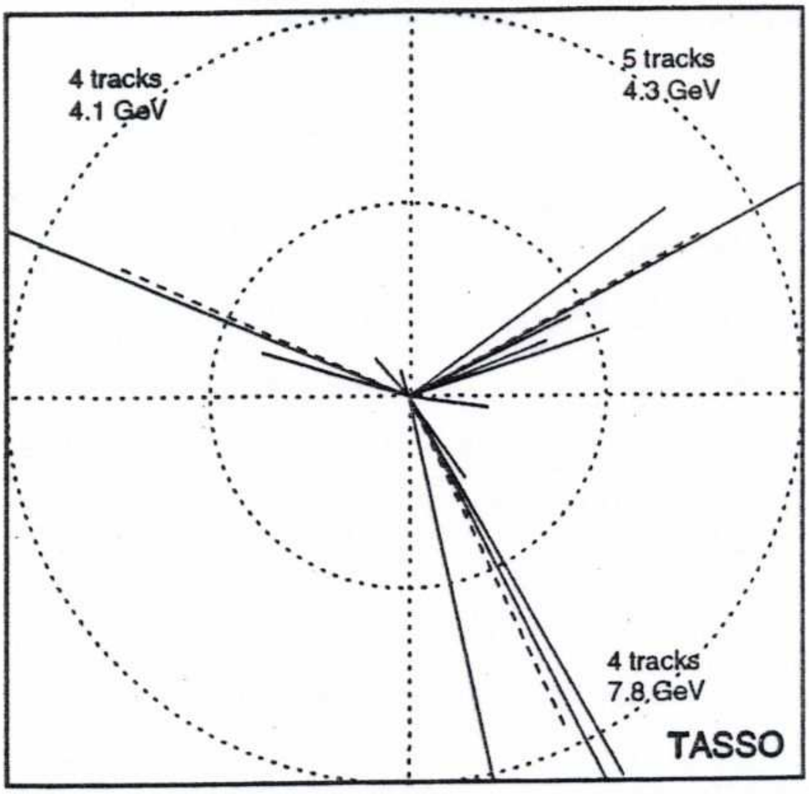


Figure 5: First three-jet event from PETRA. This event was shown in the Bergen Conference, June 1979

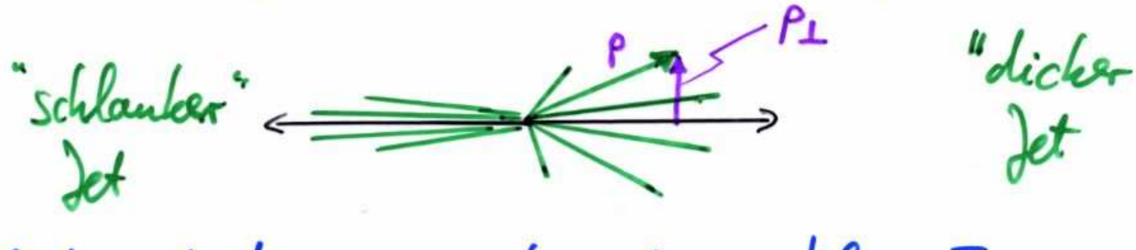
—— ≙ Flugrichtung geladener Hadronen, Länge ~ Energie

---- ≙ rekonstruierte Jetachsen aus Computerprogramm

Entdeckung des Gluons

Wenn die TASSO 3-Jet-Beobachtung als $e^+e^- \to q\bar{q}G$ verstanden werden kann, so sollte es keine scharfe Grenze zwischen 2- und 3-Jet-Endzuständen geben. Mit abnehmenden Winkel zwischen zwei Jets oder auch mit abnehmender Energie und Impuls eines Jets stellt sich ein nahtloser Übergang von 3- zu 2-Jet-Endzuständen ein, wobei einer der beiden Jets "dicker" als der andere sein sollte.

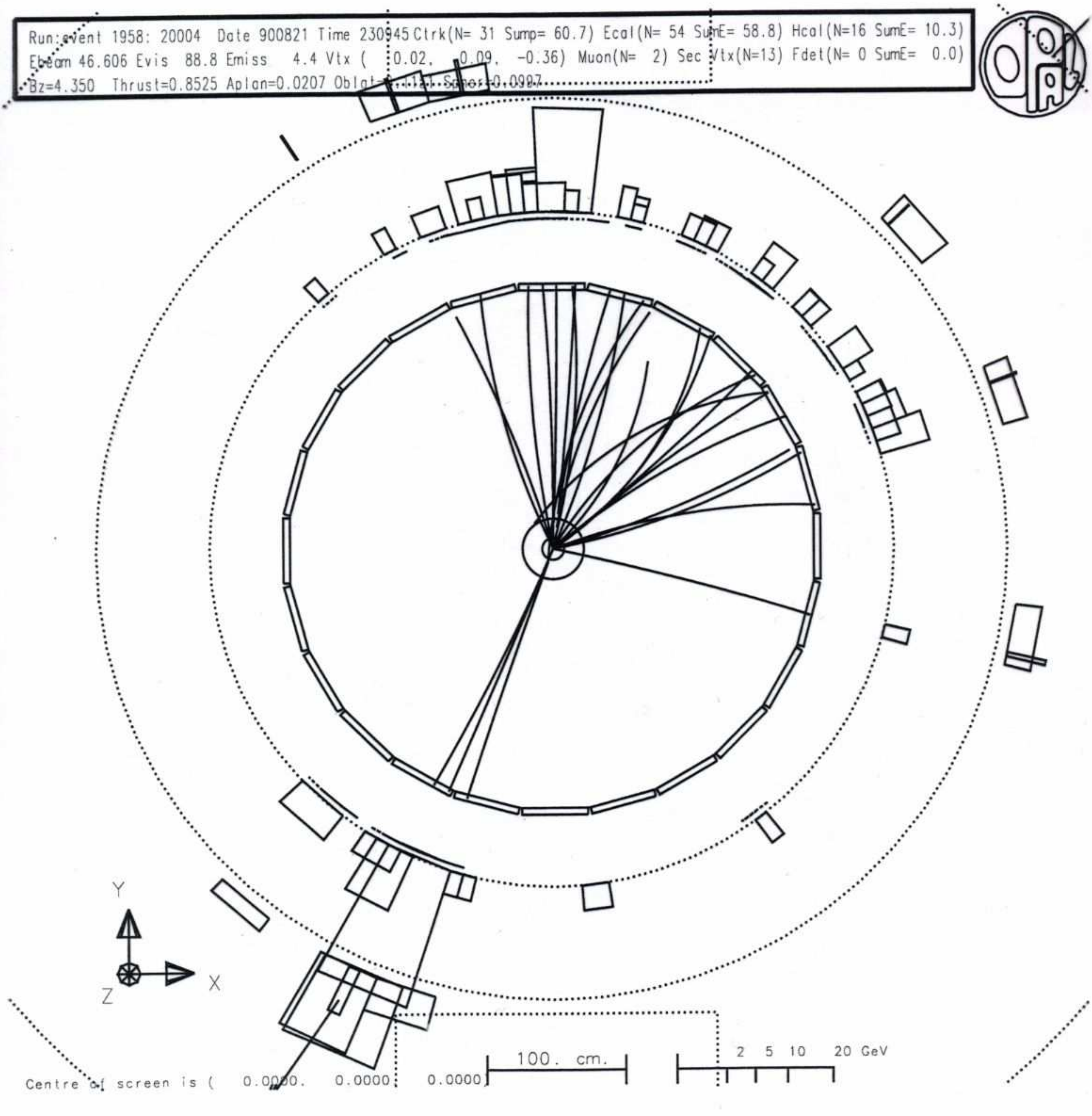
Ein Maß für die "Dicke" eines Jets ist beispielsweise der Impuls der Teilchen im Jet senkrecht zur Achse des Jets, der Transversalimpuls $p_\perp$:



Anhand des anwachsenden mittleren Transversalimpulsquadrats

$$\langle p_\perp^2 \rangle \equiv \frac{1}{N_{\text{Teilchen}}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{Teilchen}}} (p_{\perp,i})^2$$

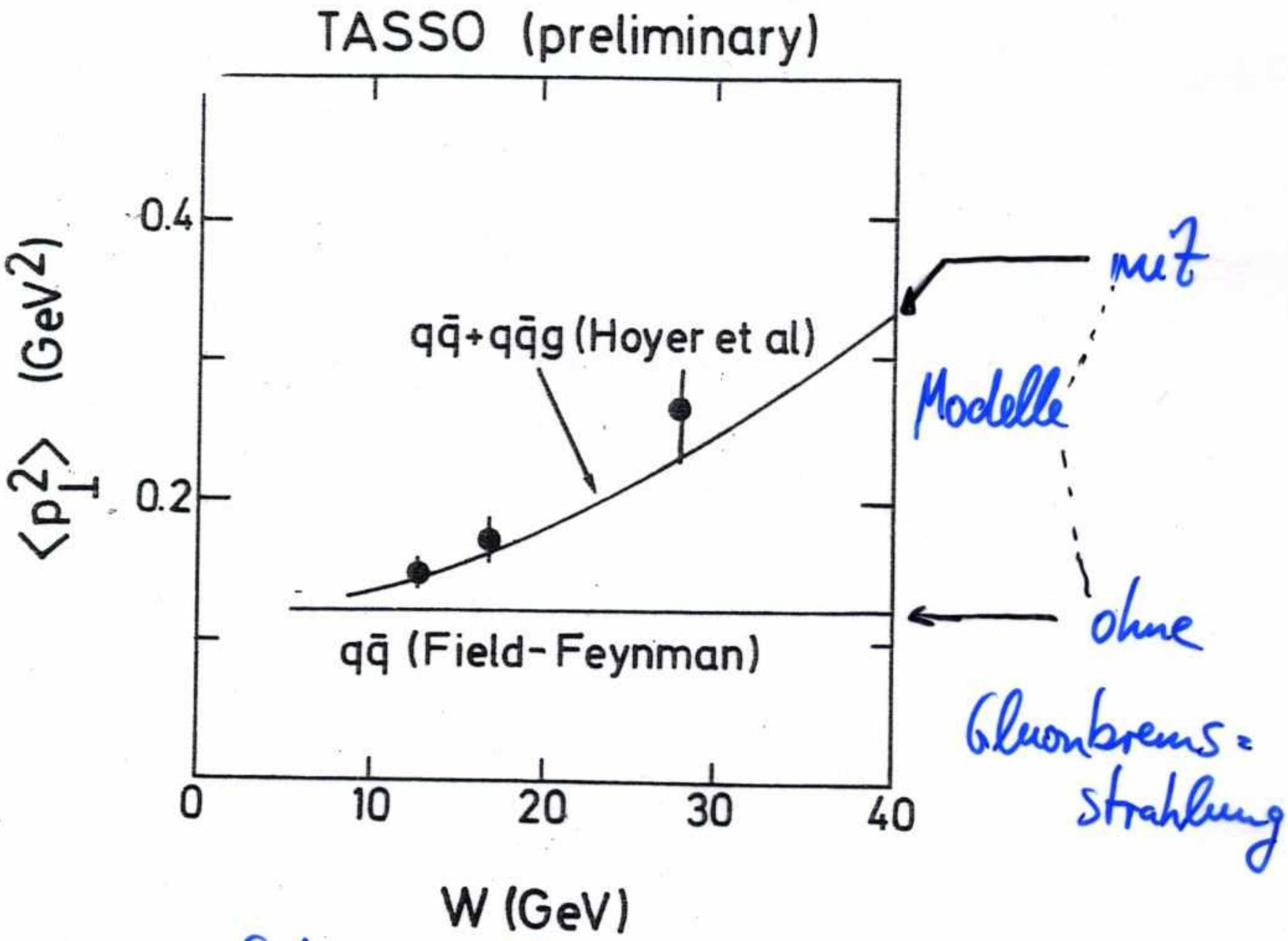
kann man zunehmenden Beiträge aus Gluonbremsstrahlung sichtbar machen und quantifizieren.



Run:event 1958: 20004 Date 900821 Time 230945 Ctrk(N= 31 Sump= 60.7) Ecal(N= 54 SumE= 58.8) Hcal(N=16 SumE= 10.3)
Ebeam 46.606 Evis 88.8 Emiss 4.4 Vtx (0.02, 0.09, -0.36) Muon(N= 2) Sec Vtx(N=13) Fdet(N= 0 SumE= 0.0)
Bz=4.350 Thrust=0.8525 Aplan=0.0207
OPAL
Y
Z
X
100. cm.
2 5 10 20 GeV
Centre of screen is (0.0000, 0.0000, 0.0000)

Entdeckung des Gluons

Mittleres Transversalimpulsquadrat aller Teilchen (Hadronen) bezüglich der Jetachse (gemeint ist die Hauptachse des Endzustands:)

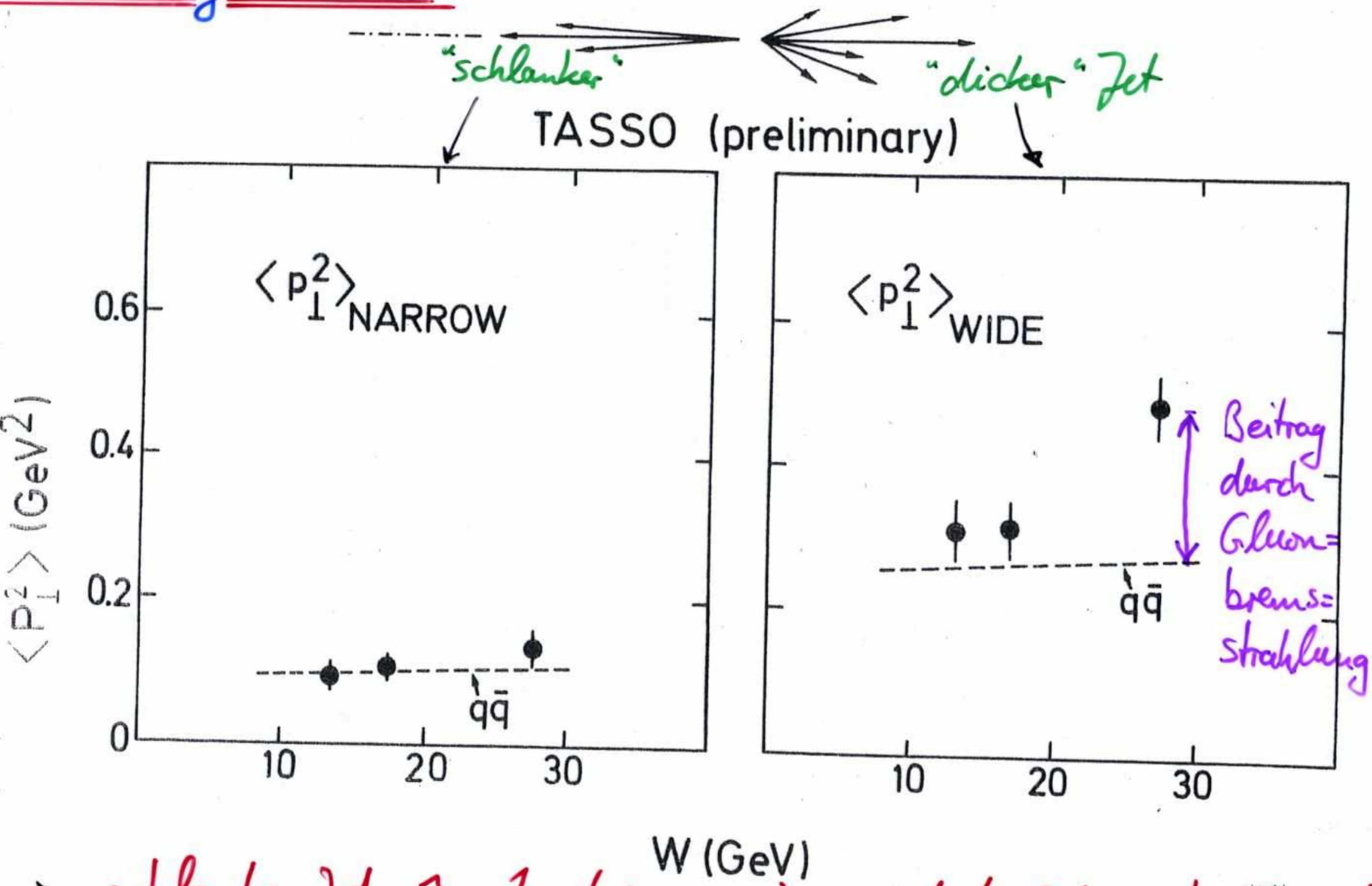


Schwerpunktsenergie 29275

Fig.17

$\Rightarrow$ Daten bestätigen $e^+e^- \to q\bar{q}G$ Bild

Entdeckung des Gluons



⇒ schlanker Jet $\hat{=}$ $\frac{1}{2} \times (e^+e^- \to q\bar{q})$; dicker Jet zeigt Gluonaktivität

Fig. 18

Gluon-Eigenschaften

Die alleinige Beobachtung eines neuen Teilchens genügt i.a. nicht, um seine Identität völlig zu klären. Im Falle der Gluon-Beobachtung ist eine Überprüfung der Übereinstimmung zwischen Theorie-Erwartung und Experiment für weitere (Quanten-)Eigenschaften erforderlich. An dieser Stelle sei dazu die Bestimmung des Gluonspins angeführt (weitere Eigenschaften wie Drei-Gluon-Kopplung und Gluonladung folgen später).

Aufgrund der Drehimpulsaddition im Gluonabstrahlungsgraphen

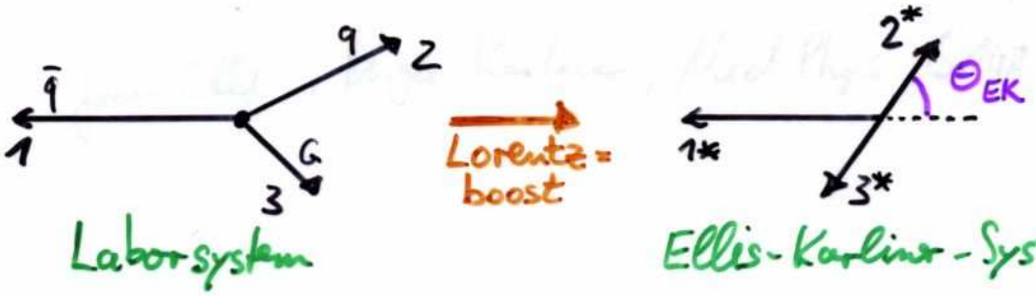
und der Kenntnis des Quarkspins von 1/2 folgt:

$$\left|\frac{1}{2} - s_G\right| \leq \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} + s_G$$

mit ganzzahligen Gluonspin s_G. Daher bleiben $s_G = 0$ oder 1 als ~~einzige~~ Möglichkeiten, wobei die QCD den Spin 1 verlangt, während Spin 0 keiner "sinnvollen" Theorie zuzuordnen ist.

Gluonspin

Experimentell läßt sich der Gluonspin aus der Winkelverteilung der Gluonabstrahlung vom Quark bestimmen. Eine dafür vorgeschlagene Meßgröße (Observable) ist der Ellis-Karliner-Winkel Θ_{EK}



Wenn man die Energien von Quark, Antiquark, Gluon auf die halbe Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ normiert, d.h.

$$x_1 \equiv \frac{E_1}{\sqrt{s}/2} \qquad x_2 \equiv \frac{E_2}{\sqrt{s}/2} \qquad x_3 \equiv \frac{E_3}{\sqrt{s}/2},$$

sodass

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2,$$

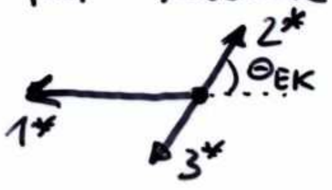
und (Quark-)Massen vernachlässigt, dann ist

$$\cos\Theta_{EK} = \frac{x_2 - x_3}{x_1}$$

für die oben skizzierte Situation.

Ellis-Karliner-Winkel

Für Teilchen 2^* und 3^* im Ellis-Karliner-System:



gilt unter Vernachlässigung von Massen:

$$\circledast \quad \vec{p}_2^{\,*} = -\vec{p}_3^{\,*} \quad \text{und} \quad E_2^* = |\vec{p}_2^{\,*}| = |\vec{p}_3^{\,*}| = E_3^*$$

Man berechnet die invarianten Massen (invariant bzgl. Lorentz-transformationen):

$$(1^*\text{-}2^*): \quad M_{12}^2 = (p_1^* + p_2^*)^2 = \underbrace{m_1^2}_{\to 0} + \underbrace{m_2^2}_{\to 0} + 2\, p_1^* \cdot p_2^*$$

$$= 2\left(E_1^* E_2^* - \vec{p}_1^{\,*} \vec{p}_2^{\,*}\right) = 2 E_1^* E_2^* \left(1 + \cos\Theta_{EK}\right)$$

$$(1^*\text{-}3^*): \quad M_{13}^2 = (p_1^* + p_3^*)^2 = \ldots = 2\left(E_1^* E_3^* - \vec{p}_1^{\,*} \vec{p}_3^{\,*}\right)$$

$$\overset{\circledast}{=} 2\left(E_1^* E_2^* + \vec{p}_1^{\,*} \vec{p}_2^{\,*}\right) = 2 E_1^* E_2^* \left(1 - \cos\Theta_{EK}\right)$$

Mit $k = p_1 + p_2 + p_3$ (Laborsystem), d.h. $k = (\sqrt{s}, 0)$ und $k^2 = s$ folgt:

$$\frac{M_{12}^2}{M_{13}^2} = \frac{(p_1^* + p_2^*)^2}{(p_1^* + p_3^*)^2} = \frac{(p_1 + p_2)^2}{(p_1 + p_3)^2} = \frac{(k - p_3)^2}{(k - p_2)^2}$$

$$= \frac{k^2 - 2 k p_3 + m_3^2}{k^2 - 2 k p_2 + m_2^2} = \frac{s - 2 E_3 \sqrt{s}}{s - 2 E_2 \sqrt{s}} = \frac{1 - 2E_3/\sqrt{s}}{1 - 2E_2/\sqrt{s}}$$

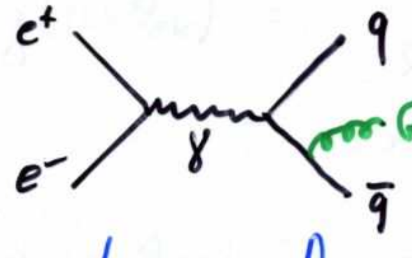
$$\overset{(1^*\text{-}2^*)/(1^*\text{-}3^*)}{=} \frac{1 + \cos\Theta_{EK}}{1 - \cos\Theta_{EK}} \quad \Rightarrow \quad \cos\Theta_{EK} = \frac{E_2 - E_3}{E_1} = \frac{x_2 - x_3}{x_1}$$

Gluonspin

Die zuvor angedeutete Zuordnung von Quark, Antiquark und Gluon an die Pfeile 1, 2, 3 ist zunächst nur ein Spezialfall. Allgemein muß man noch die charakteristische Abstrahlwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von x_1, x_2 und x_3 berücksichtigen.

(also die Frage: Wie häufig ist die Zuordnung wie zuvor angegeben?)

Über diese Wahrscheinlichkeit gibt der differentielle Wirkungsquerschnitt, den man mit Hilfe der Feynman-Regel aus den Graphen:



ausrechnen kann. Dieser Wirkungsquerschnitt lautet:

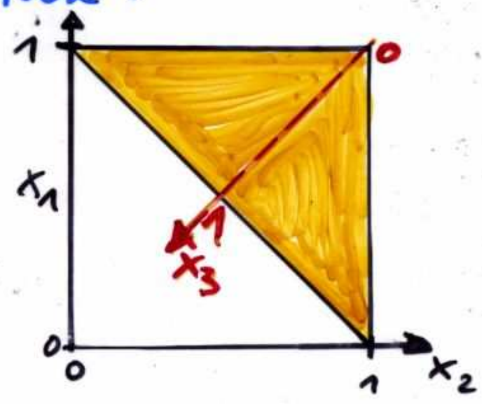
Spin-1 Gluon: $$\frac{d^2\sigma^V}{dx_1\,dx_2} \sim \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}$$

Spin-0 Gluon: $$\frac{d^2\sigma^S}{dx_1\,dx_2} \sim \frac{\left[(1-x_1) + (1-x_2)\right]^2}{(1-x_1)(1-x_2)}$$

Substituiert man z.B. x_2 durch den Ellis-Karliner-Winkel und integriert über x_1, so erhält man Formeln für die Häufigkeitsverteilung gemessener $\cos\Theta_{EK}$

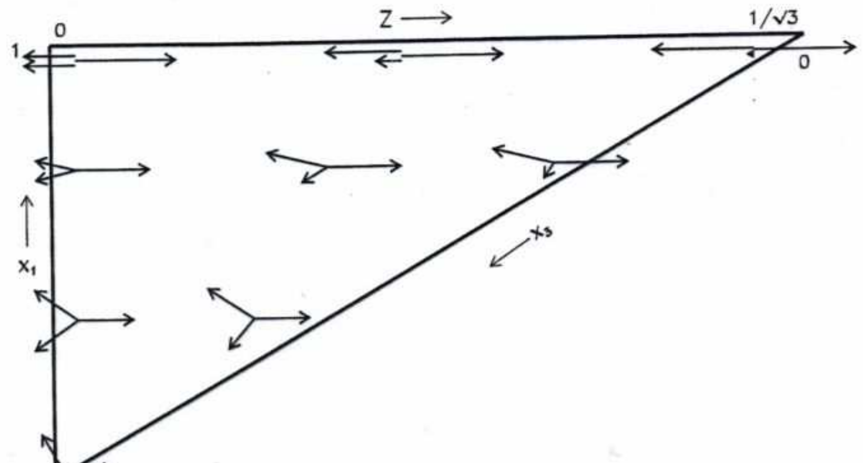
Phasenraum für 3-Parton-Endzustände

Die Relation $x_1 + x_2 + x_3 = 2$ ($\hat{=}$ Energieerhaltung) kann durch ein Dreieck dargestellt werden:



Jeder Punkt im markierten Bereich entspricht einer bestimmten Konfiguration von

Da sich gewisse Konfigurationen mit permutierten Zahlen 1, 2, 3 wiederholen, ist im Folgenden nur ein Ausschnitt des markierten Dreiecks dargestellt, für den $x_1 > x_2 > x_3$ gilt. Die Länge der Pfeile entspricht den Energien E_1, E_2, E_3 (also den Werten x_1, x_2, x_3):



Phase space for $x_1 > x_2 > x_3$. The arrow length is proportional to the jet energy.

Der markierte Bereich im oberen Bild ist der sog. Phasenraum. Um z.B. den totalen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, muß man differentiellen Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/dx_1dx_2$ über den Phasenraum integrieren.

Gluonspin

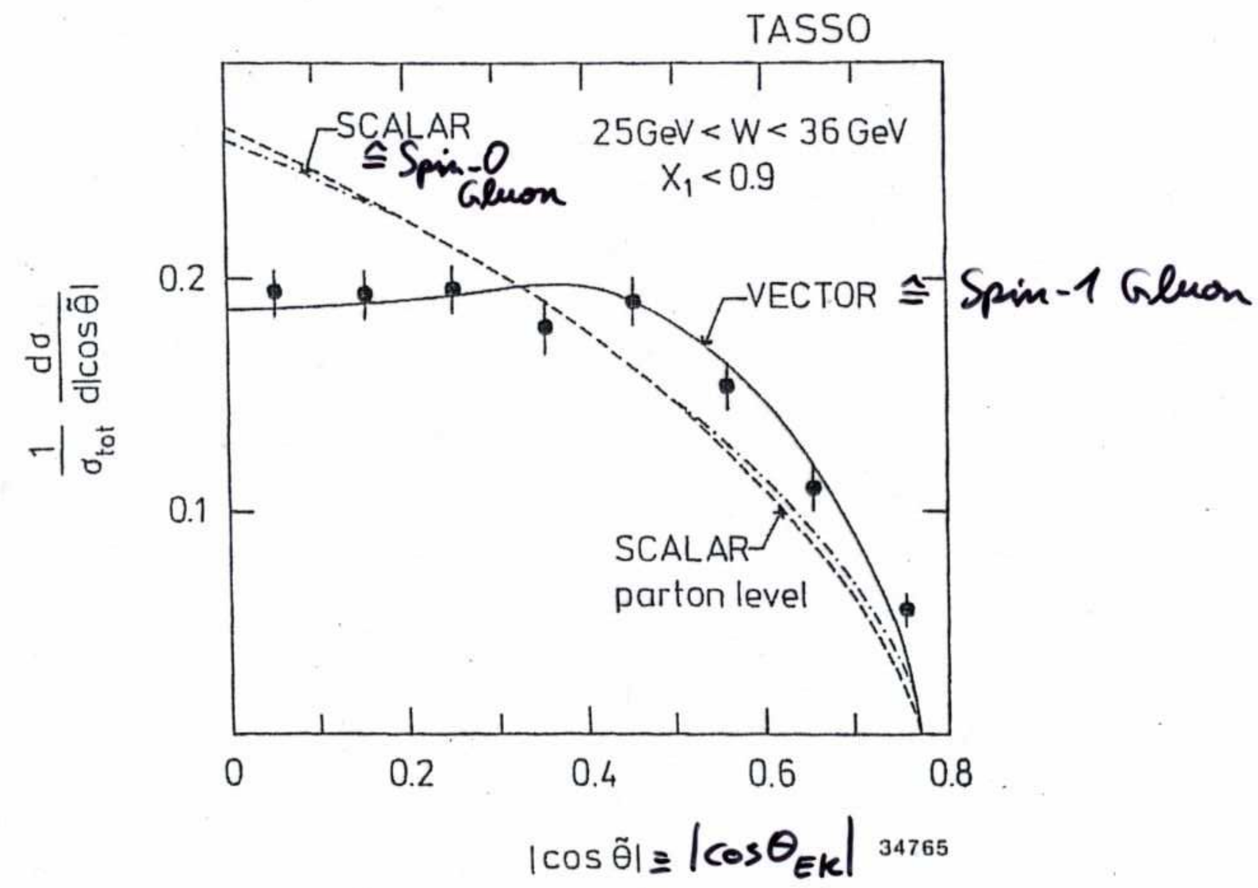


Fig. 3.23. Observed distribution of the TASSO data [3.14] in the region $x_1 < 0.9$ as a function of the Ellis–Karliner angle $\tilde{\theta}$. The solid line shows the QCD Monte Carlo prediction, the dashed line the prediction for the scalar gluons (--- for Monte Carlo scalar model; -·-·- for scalar model of parton level). All curves are normalized to the number of observed events.

Gluonspin

Anstatt x_2 durch $\cos\theta_{EK}$ zu substituieren und über x_1 zu integrieren, kann man auch direkt über x_2 integrieren und erhält ebenfalls eine Formel, mit der man die Verteilung gemessener x_1 versuchen kann, zu beschreiben.

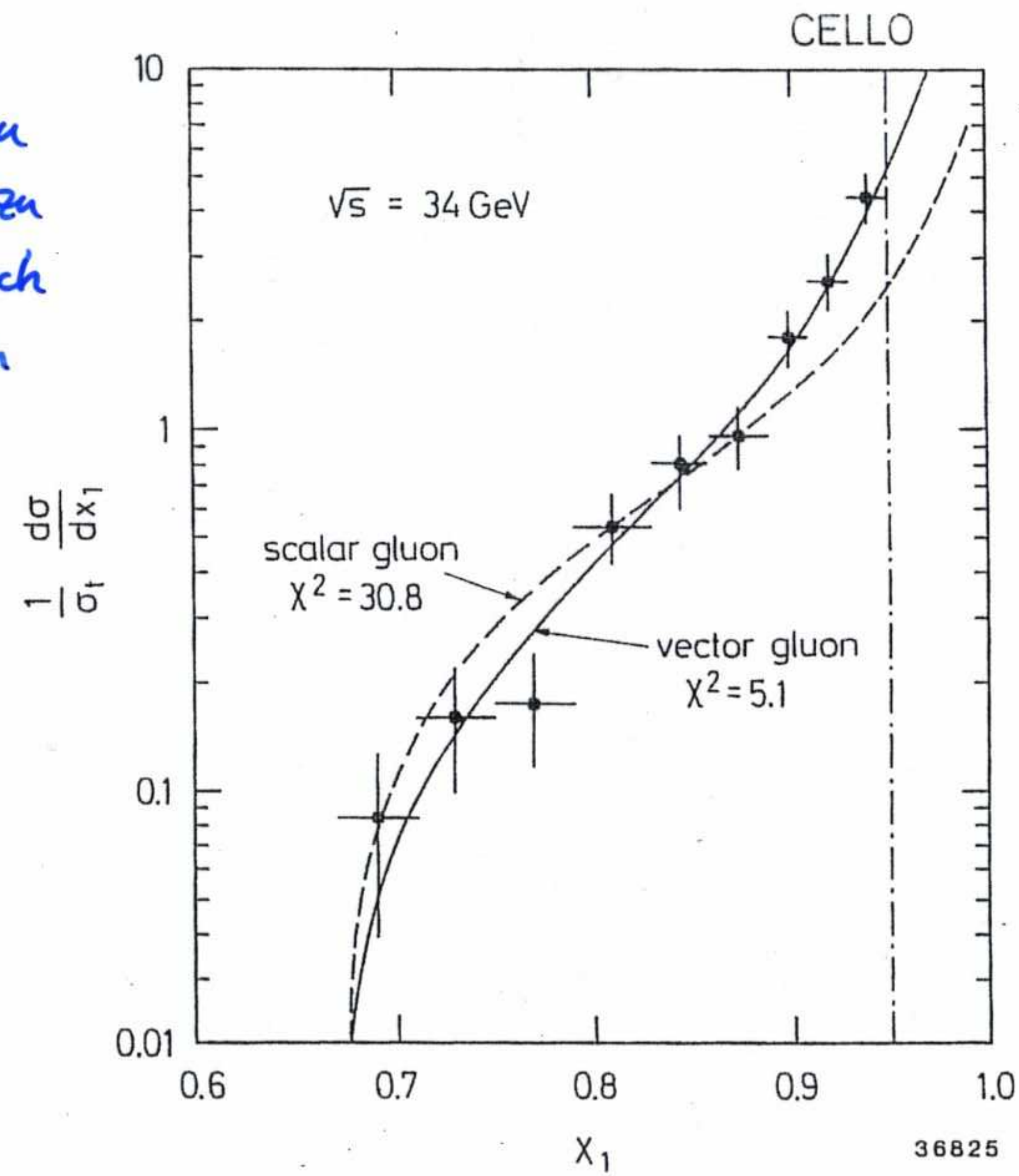


Fig. 3.25. CELLO [3.31] differential cross section of three-jet events with respect to the energy fraction x_1 carried by the most energetic parton. Data are compared to the QCD prediction of vector gluons (full curve) and a scalar gluon model (dashed curve).

Gluonspin

wie zuvor, jedoch für x_2 → höhere Sensitivität

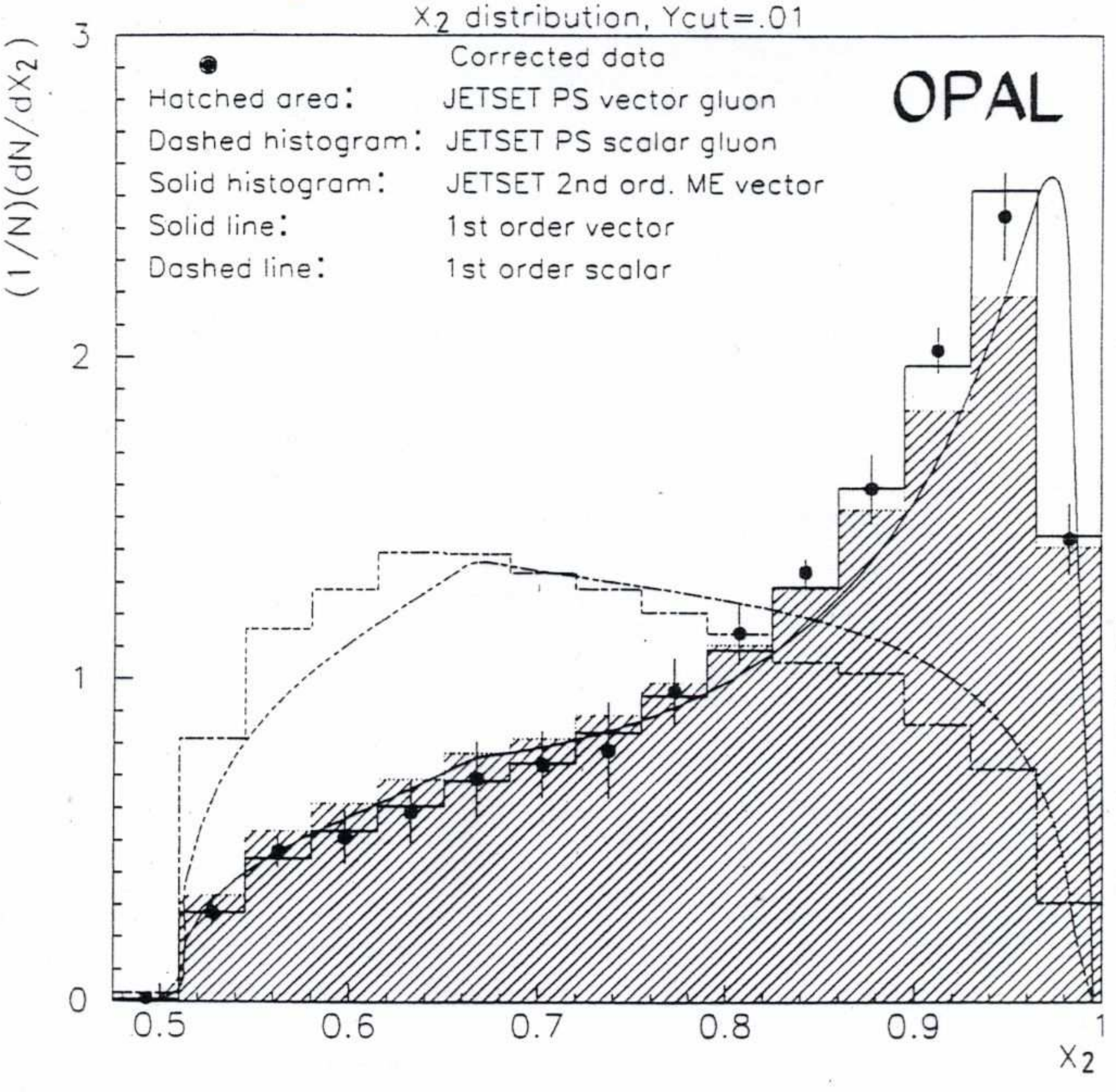


Fig. 2. Distributions of the reduced energy x_2 of the second jet at $y_{\mathrm{cut}}=0.01$; *i)* Experimental distributions corrected to the parton level (circles); *ii)* The predictions of the JETSET parton shower model for vector gluons (hatched area); *iii)* The predictions of the JETSET parton shower model for scalar gluons (dashed histogram); *iv)* The predictions of the JETSET second order matrix element model for vector gluons(solid histogram); *v)* The predictions of the first order analytical calculations for vector and scalar gluons(solid and dashed curves). The scalar models contain a correction term to account for axial vector coupling on the Z^0 peak. All curves are normalized with respect to each other so as to have the same integral

Gluonspin

Diese (und weitere, hier nicht diskutierte) Untersuchungen bestätigen, daß der Spin des Gluons $1\hbar$ ist, wie es die QCD erwartet. (Auch andere, exotischere Modelle mit Spin 2 wurden untersucht und konnten ausgeschlossen werden).

An diesem Beispiel, dem Gluonspin, wurde das Prinzip von Studien der starken Wechselwirkung demonstriert:

$$\begin{tikzcd}[arrows=dash]
\text{Experiment} \arrow[dr] & & \text{Messung} \arrow[dr] & \\
& \text{Meßgröße} \arrow[ur] \arrow[dr] & & \text{Vergleich!} \\
\text{Theorie} \arrow[ur] & & \text{Berechnung} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Unglücklicherweise ist die Wahl geeigneter Meßgrößen nicht trivial. Wenn gut meßbar, dann manchmal schwer zu berechnen. Wenn leicht berechenbar, dann experimentell kaum zu messen.

Ein fundamentales Problem aller Quantenfeldtheorien soll nun im Folgenden näher beleuchtet werden:

Renormierung