

Stärke der starken Wechselwirkung

wird bestimmt durch die Kopplungskonstante α_s .
Analog wie bei der Feinstrukturkonst. ist α_s verknüpft mit der Farbladung g_s gemäß der Relation:

$$\alpha_s \equiv \frac{g_s^2}{4\pi \hbar c} \stackrel{\substack{\hbar:=1 \\ c:=1}}{=} \frac{g_s^2}{4\pi}$$

vgl. in E-Dynamik:

$$\alpha_{em} \equiv \frac{e^2}{4\pi \hbar c \cdot \epsilon_0} \stackrel{\substack{\hbar:=1 \\ c:=1}}{=} \frac{e^2}{4\pi} \left[\begin{array}{l} \text{mit } e \text{ in} \\ \text{"Heavyside"-} \\ \text{Einheiten} \end{array} \right]$$

$\approx 1/137$

Abgesehen von den Gruppenstrukturkonstanten der QCD, C_F, C_A, T_R , welche an den einzelnen Quark-Gluon- und Gluon-Gluon-Vertices eine Rolle spielen, hat ein weiterer Mitspieler großen Anteil bei der Messung der Stärke der starken Wechselwirkung:

Die Rolle des Vakuums !

Stärke einer Wechselwirkung

In der Messung einer Wechselwirkungsstärke nimmt das **Vakuum** eine wichtige Rolle ein. Das Vakuum ist nicht wirklich "leer", sondern besitzt eine komplizierte Struktur. Z.B. läßt sich das Vakuum durch eine (elektr.) Ladung polarisieren. Im Falle elektrischer Ladungen wirkt Vakuum polarisation wie ein Dielektrikum und schirmt die "nackte" Ladung Q ab. Effekt ist meßbar z.B. als Lamb-shift.

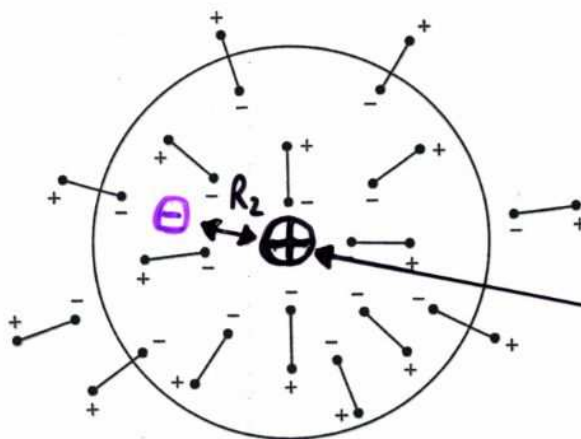
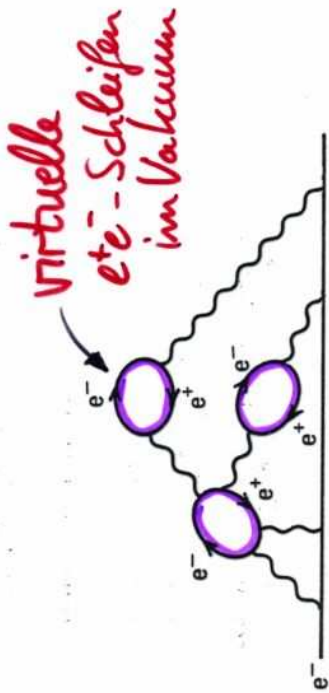


Figure 2.1 Screening of a charge q by a dielectric medium.

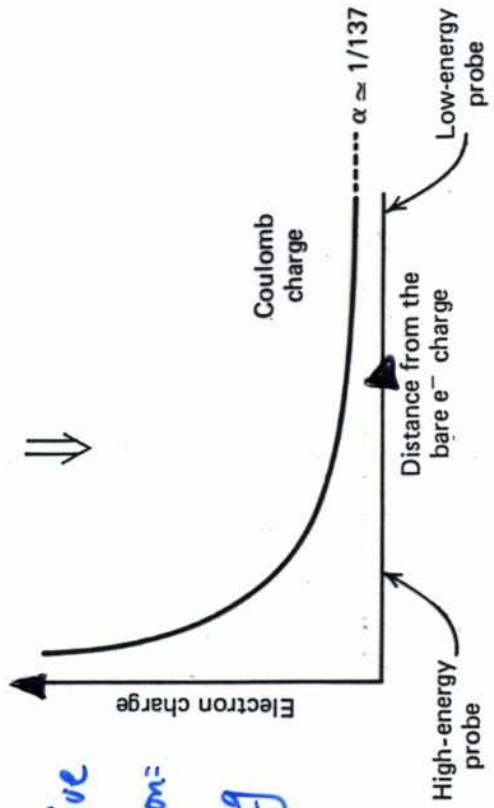
Bei großem Abstand R_1 wirkt die Abschirmung stärker als bei kleinen Abständen $R_2 < R_1$

⇒ "sichtbare" Ladung wird abstandsabhängig!
→ Energieabhängigkeit!

Quantum electrodynamics (QED)

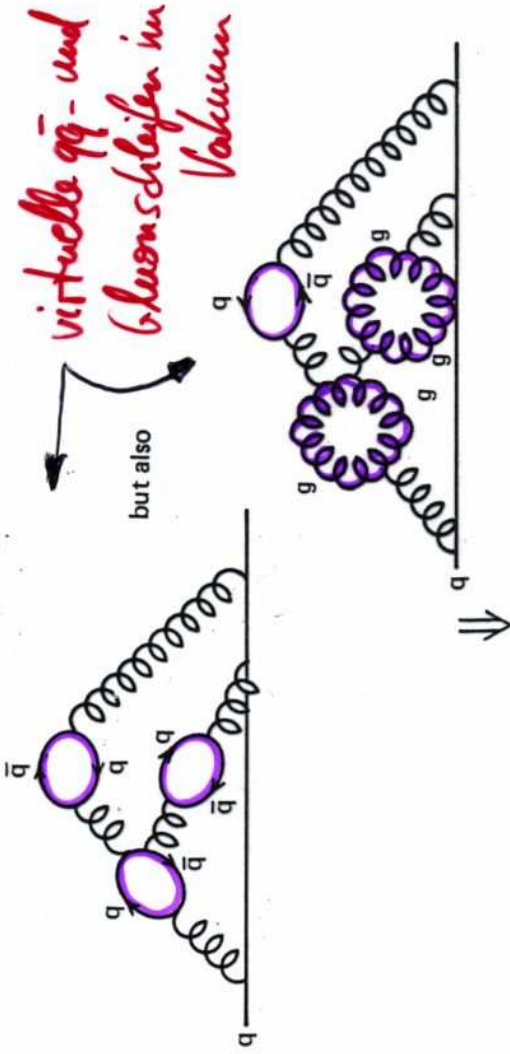


effektive Elektronladung

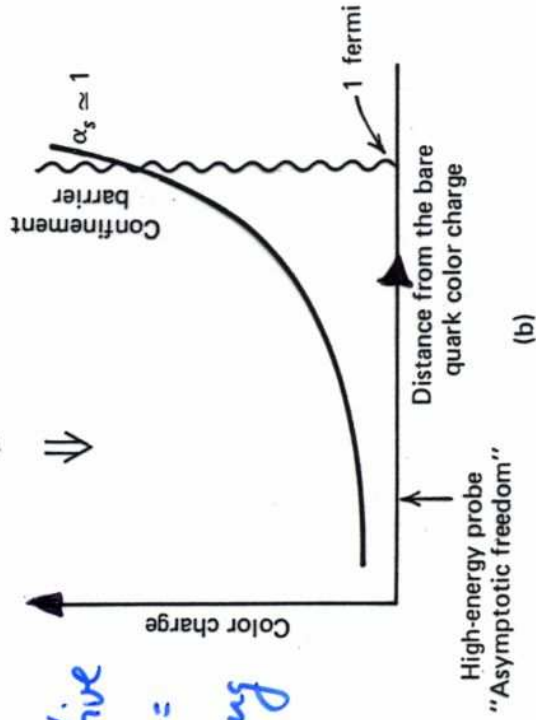


(a)

Quantum chromodynamics (QCD)



effektive Farbladung



(b)

Fig. 1.5 Screening of the (a) electric and (b) color charge in quantum field theory.

Vakuumpolarisation für Farbladungen

Im Falle der electromagn. Ww. verhält sich das Vakuum wie ein Dielektrikum, welche die "nackte" elektr. Ladung abschirmt. Für Farbladungen verhält sich das Vakuum wie eine "paramagnetische Substanz" (Permeabilität $\mu > 1$)
 \Rightarrow eine freie Farbladung wird durch Vakuumpolarisation "verstärkt" (Anti-Abschirmung)

sichtbare/meßbare Farbladung wächst mit zunehmendem Abstand ($\hat{=}$ abnehmender Energie)

Kopplungsstärke hängt von (sichtbarer) Ladung ab
z.B. $\alpha_{em}(R) = \frac{e(R)^2}{4\pi\hbar c}$; $\alpha_s(R) = \frac{g_s(R)^2}{4\pi\hbar c}$

\Rightarrow Kopplungsstärke ist abstandsabhängig!
" ist energieabhängig!

- gilt für jede Ladung, die das Vakuum polarisieren kann, insbesondere auch für die electromagn. Kopplungskonstante α_{em} !

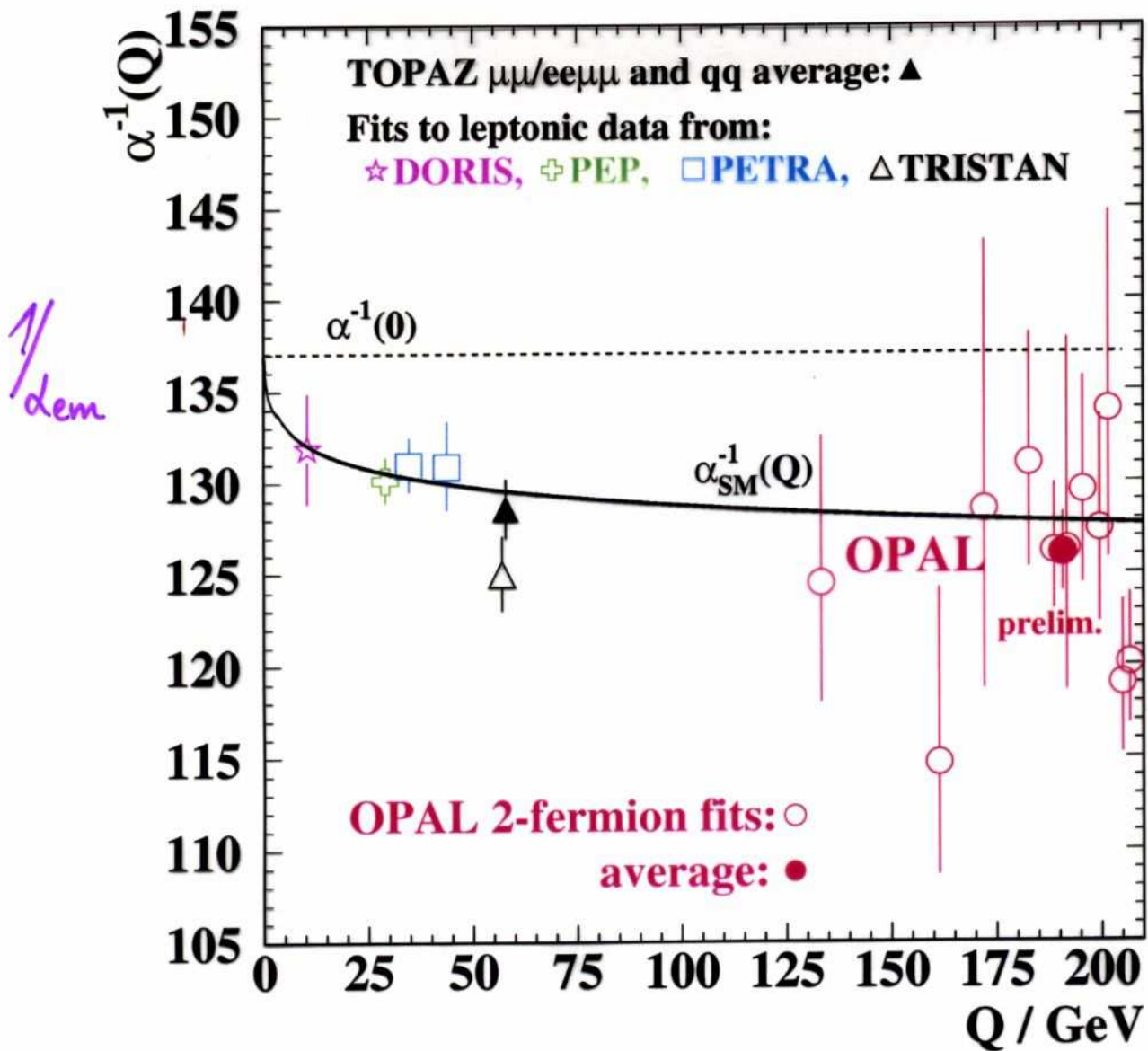
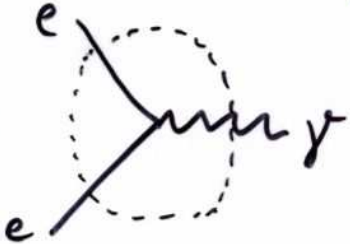


Figure 12: Fitted values of $1/\alpha_{em}$ as a function of Q , which is \sqrt{s} for the OPAL fits. The open circles show the results of fits to OPAL data at each centre-of-mass energy, the closed circle the result of the combined fit in which α_{em} runs with a slope corresponding to its fitted value. The OPAL results at 130–202 GeV are from [9–12]. Measurements at 192 GeV and above are preliminary. Values obtained by the TOPAZ experiment [18] and from fits to measurements of leptonic cross-sections and asymmetries at the DORIS, PEP, PETRA and TRISTAN e^+e^- storage rings [19] are also shown. All measurements rely on assuming the Standard Model running of α_{em} for Q_{lumi} below 4 GeV. The solid line shows the Standard Model expectation, with the thickness representing the uncertainty, while the value of $1/\alpha_{em}(0)$ is shown by the dashed line.

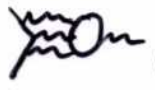
Vakuumpolarisation & Renormierung

Wenn nun Ladung eine abstands-/energieabhängige Größe ist, welchen Wert der Ladung muß man dann in einem einfachen Streuprozess wie z.B.

Ladung $e \equiv$  (*)

einsetzen? Vakuumpolarisation bedeutet nämlich, daß die Ladung auch durch



gegeben sein kann / gegeben ist. In diesem Sinne ist die Ladung e in (*) nicht die aus Coulombs-Messung erhaltene Ladung, die zu $\alpha_{em} = 1/137$ führt. Daher wird die Ladung e in (*) die "nackte" Ladung e_0 genannt, wobei "nackt" den Umstand bezeichnet, daß alle Schleifen (z.B. $\mu\nu\gamma$, , etc) vom Vertex entfernt wurden.

Ward-Identität

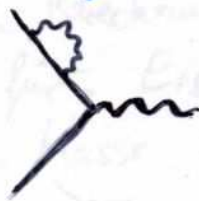
In der bisherigen Diskussion stand die Vakuumpolarisation, also Graphen der Art

Vakuumpolarisationsgraphen

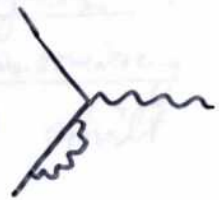


im Mittelpunkt. Tatsächlich gibt es weitere Graphen wie

Selbstenergiegraphen



bzw.



und

Vertexkorrekturgraphen



Eine sehr grundlegende Eigenschaft von (Eich)Feldtheorien ist, dass die Veränderungen der "nackten" Ladung durch Selbstenergie- und Vertexkorrekturgraphen sich exakt aufheben und nur die Vakuumpolarisation die "nackte" Ladung abschirmt. Diese Eigenschaft ist die so genannte

Ward-Identität.

(J.C. Ward, 1950)

Diese Auslöschung wiederholt sich in jeder Ordnung, also für alle weiteren Graphen der Selbstenergie und Vertexkorrektur mit weiteren Photonschleifen wie z.B.







und



Ward-Identität

Die wichtigste Konsequenz der Ward-Identität ist, dass die el. Ladung von Elektron und Myon (und Tau-Lepton) exakt gleich sind. (Mit dem gleichen Grund sind auch die el. Ladungen der $-\frac{1}{3}$ geladenen Quarks [d, s, b] untereinander exakt gleich wie auch die elektr. Ladungen der $+\frac{2}{3}$ geladenen Quarks [u, c, t]). Es gibt allerdings – abgesehen von der experimentellen Beobachtung, dass Proton- und Elektronladung (exakt) gleiche Absolutladung besitzen, – bisher keine experimentell bestätigte Theorie, die diese Gleichheit fordert.)

Die Ward-Identität besagt, dass die Betrachtung der Vakuum-polarisation genügt, wenn man die elektr. Ladung bzw. deren Abschirmung betrachten möchte. Die Selbstenergie-graphen spielen eine Rolle bei der Definition der Masse (Masse vs. "nackte" Masse), die Vertexkorrekturgraphen beeinflussen die Wellenfunktion des Teilchens. Man sagt auch, die Vertexkorrekturen  modifizieren den "Strom"  und die Vakuum-polarisation  modifiziert den "Propagator" .

Vakuum polarisation & Renormierung

Die Ladung e , welche im Experiment gemessen wird, hängt nun durch die Relation

$$= \left[\text{diagram 1} - \text{diagram 2} + \text{diagram 3} - + \dots \right]_{\text{bei } Q^2 = \mu^2}$$

wobei ... alle möglichen Modifikationen des Photon-Propagators \sim meint, mit der "nackten" Ladung e_0 zusammen. Zudem gilt diese Relation nur für einen bestimmten Wert des 4-Impulses des virtuellen Photons $\{$, z.B. für $q^2 \equiv -Q^2 = -\mu^2$, wie er im Experiment auftritt. Aus der oben dargestellten Relation kann die Beziehung zwischen e und nackter Ladung e_0 abgelesen werden:

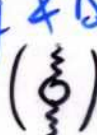

$$= \left[1 - \frac{1}{2} \text{diagram} + \mathcal{O}(e_0^4) \right]_{\text{bei } Q^2 = \mu^2}$$

oder

$$e = e_0 \cdot \left(1 + e_0^2 A_1(Q^2) + e_0^4 A_2(Q^2) + \dots \right)_{Q^2 = \mu^2}$$


wobei $A_1(Q^2), A_2(Q^2), \dots$ alle unendliche Größen sind. Die Behandlung dieser Unendlichkeiten ist Gegenstand der **Renormierung**.

Vorbetrachtung
Nachlese zur Renormierung

- **Die Aufgabe:** Explizite Berechnung & Berücksichtigung von Vakuumpolarisation () in Streuprozessen ()
- **Das Problem:** "Naive" Berechnung von Vak.pol.-graphen liefert divergierende Terme \rightarrow Unmöglichkeit der "nackten" Ladung e_0 eine sinnvolle physikalische Bedeutung zu geben (z.B. Meßbarkeit)
- **Die Idee:** Die phys. meßbare Ladung gemessen an einer Energie- (oder Abstands)-skala μ beinhaltet Beiträge der Vakuumpolarisation; Ersetze (renormiere) die "nackte" Ladung e_0 durch die gemessene Ladung $e(\mu^2)$.
- **Die Randbedingung:** Die Ersetzung / Renormierung von e_0 durch $e(\mu)$ darf die phys. meßbaren Größen (Streuamplitude, Wirkungsquerschnitte, etc.) nicht verändern, daher die Forderung $-i \mathcal{M}(e_0^2) \stackrel{!}{=} -i \mathcal{M}(e^2(\mu^2))$, was auf die Renormierungs-Gruppengleichung führt:
$$\mu^2 \frac{d\mathcal{M}}{d\mu^2} = \left(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial e}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial e} \right) \mathcal{M} \stackrel{!}{=} 0$$
- **Die Konsequenz:** Damit die Renormierungs-Gruppengleichung gilt, muss $e(\mu^2)$ eine ganz charakteristische Form aufweisen, sodass in 1-Schleifennäherung für die Feinstrukturkonstante $\left(\beta_0^{QED} = -\frac{1}{3\pi} \right)$
$$\alpha_{em}(Q^2) = \frac{\alpha_{em}(\mu^2)}{1 + \beta_0^{QED} \alpha_{em}(\mu^2) \cdot \ln Q^2 / \mu^2}$$
 gilt.

Renormierung

Das prinzipielle Konzept der Renormierung besteht darin, die Unendlichkeiten in physikalisch meßbaren Größen wie Ladung oder Masse zu absorbieren. Dazu müssen (ggf.) sogenannte "counterterms" (sinngemäß: Gegensterme) eingeführt werden, um die Absorption zu bewerkstelligen.

Im zuvor diskutierten Beispiel von "nackter" und meßbarer Ladung würde man in den Berechnungen für einen beliebigen Streuprozess (z.B. ) die nackte durch die meßbare Ladung substituieren, also



$$\text{Diagram with } e_0 = \text{Diagram with } e \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \text{Diagram with } e + \mathcal{O}(e^4) \right] \mu^2$$

(man könnte auch sagen: e_0 wird durch e reparametrisiert bzw. renormiert). Für den Streuprozess bzw. dessen Matrixelement bedeutet dies:

$$-iM(e_0^2) = \left[\text{Diagram 1} - \text{Diagram 2} + \dots \right]_{Q^2} \xrightarrow{e_0 \rightarrow e} \left[\text{Diagram 1} \right]_{Q^2} + 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \text{Diagram 2} \right]_{Q^2} - \left[\text{Diagram 3} \right]_{Q^2} + \dots = -iM(e^2)$$

Beachte: Unendlichkeiten fallen wg. Differenz in \otimes heraus!

Renormierung

Durch die Substitution bzw. Renormierung $e_0 \mapsto e$ sind die Unendlichkeiten von , , etc. verschwunden (in den Differenzen), aber auf Kosten eines neuen Parameters bzw. einer neuen Energieskala, der **Renormierungsskala μ**

$$-i \mathcal{M}(e^2) \underset{\text{bei } Q^2}{=} \text{diagram} - \left[\text{diagram}_{\text{bei } Q^2} - \text{diagram}_{\text{bei } \mu^2} \right] + \dots$$

The diagram on the left is a tree-level vertex with a fermion line and a wavy line loop. The diagrams in the brackets are the same tree-level vertex with a wavy line loop, but the first is labeled 'bei Q^2 ' and the second is labeled 'bei μ^2 '.

Daneben hat sich an dem Ergebnis der eigentlichen Rechnung nichts geändert, so dass insbesondere gilt:

$$-i \mathcal{M}(e_0^2) = -i \mathcal{M}(e^2)$$

unabhängig von der Wahl von μ ! Die Unabhängigkeit von μ ist tatsächlich eine zentrale Forderung an das Renormierungsverfahren. Die willkürliche Wahl von μ darf nicht die Werte physikal. meßbarer Größen beeinflussen. Diese Forderung mündet in dem mathem.

Ausdruck

$$\mu^2 \frac{d\mathcal{M}}{d\mu^2} = \left(\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \Big|_e + \mu^2 \frac{\partial e}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial e} \right) \mathcal{M} = 0$$

die Renormierungs-Gruppen-Gleichung.

Renormierung - eine andere Sichtweise

Selbst wenn das Renormierungskonzept zunächst sehr künstlich erscheint, so ist es dennoch bekannt / vertraut:

Wenn ein Elektron durch das Atomgitter eines Festkörpers fliegt, dann besitzt es aufgrund der Wechselwirkung mit dem Gitter eine effektive Ladung und eine effektive Masse.

Dies entspricht dem Fall der Wechselwirkung mit dem Vakuum, d.h. der Vakuumpolarisation, mit dem Unterschied, daß man die Atome des Festkörpers entfernen kann, um die Masse & Ladung eines freien Elektrons zu messen. Das Vakuum kann hingegen nicht entfernt werden!

Renormierungsgruppen-Gleichung RGE

In der allgemeinsten Form tritt neben der Kopplungskonstanten α (i.e. die [Farb-]Ladung) auch die Masse in der RGE auf:

$$\mu^2 \frac{d\alpha}{d\mu^2} = \left[\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha} + \mu^2 \frac{\partial m}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial m} \right] \alpha = 0$$

$$=: \left[\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \beta(\mu^2) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} - \gamma_m(\mu^2) \cdot m \frac{\partial}{\partial m} \right] \alpha = 0$$

Damit sind (implizit) zwei Renormierungsgruppen-Koeffizienten β und γ_m definiert, die üblicherweise β -Funktion und anomale Massendimension genannt werden. Die Relationen für diese beiden Koeffizienten können oben abgelesen werden (Vorzeichen bei γ_m entspricht der üblichen Konvention):

$$\beta(\mu^2) = \mu^2 \frac{\partial \alpha}{\partial \mu^2}$$

$$\gamma_m(\mu^2) = -\mu^2 \frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial \mu^2}$$

Lösungen dieser beiden DGL zeigen zwei wesentliche Eigenschaften renormierter Quantenfeldtheorien:

laufende Kopplung $\alpha(Q^2)$ und laufende Massen $m(Q^2)$

Vakuumpolarisation & β -Funktion der QED

Die β -Funktion kann man aus der Vakuumpolarisation (d.h. in QED: Ladungsabschirmung; in QCD: Farbladungs-Antiabschirmung) berechnen. Hier sei sehr symbolisch der einfachste Fall für QED diskutiert, die sogenannte 1-Schleifenrechnung. Erinnerung an die Relation zwischen nackter Ladung e_0 und e :

$$\begin{aligned}
 \text{Diagram 1} &= \text{Diagram 2} - \text{Diagram 3} + \text{Diagram 4} - + \dots \\
 &= \text{Diagram 2} \cdot \left\{ 1 - \text{Diagram 3} + \left[\text{Diagram 3} \right]^2 - \left[\text{Diagram 3} \right]^3 + \dots \right\}
 \end{aligned}$$

der Ausdruck in $\{ \dots \}$ entspricht einer geometrischen Reihe, deren Limes bekannt ist:

$$\text{Diagram 1} = \text{Diagram 2} \cdot \left\{ \frac{1}{1 + \text{Diagram 3}} \right\}$$

Die explizite Berechnung (mit Feynman-Regeln) liefert:

$$e^2(Q^2) = e_0^2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3\pi} \cdot \frac{e_0^2}{4\pi} \cdot \ln(Q^2/M^2)} \quad \left(M \hat{=} \text{Abschneidewert für divergente Schleife} \right)$$

Renormierung ($e_0 \mapsto e(\mu)$) liefert dann ($\alpha_{em} = e^2/4\pi$):

$$\alpha_{em}(Q^2) = \alpha_{em}(\mu^2) \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_{em}(\mu^2)}{3\pi} \ln(Q^2/\mu^2)}$$

Vakuum polarisation & β -Funktion der QED

Die (1-Schleifen-) β -Funktion erhält man aus der laufenden Kopplungskonst.: $\alpha_{em}(Q^2) = \alpha_{em}(\mu^2) \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_{em}(\mu^2)}{3\pi} \cdot \ln \frac{Q^2}{\mu^2}}$
durch Berechnung der (logarithmischen) Ableitung (vgl. Def. der β -Funktion):

$$\beta_{QED} \equiv Q^2 \frac{\partial \alpha_{em}(Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\partial \alpha_{em}(Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\partial}{\partial \ln Q^2} \left(\alpha_{em}(\mu^2) \cdot \frac{1}{1 - \frac{\alpha_{em}(\mu^2)}{3\pi} \cdot \ln \frac{Q^2}{\mu^2}} \right) \\ = \dots = + \frac{1}{3\pi} \cdot \left(\alpha_{em}(Q^2) \right)^2$$

⇒

$$\beta_{QED}(\alpha_{em}) = -\beta_0^{QED} \cdot \alpha_{em}^2 + \mathcal{O}(\alpha_{em}^3) \\ \beta_0^{QED} = -\frac{1}{3\pi} = \frac{1}{4\pi} \cdot \left(-\frac{4}{3} \right)$$

↑
Elektron-Schleife

und somit für die laufende (renormierte) Kopplungskonst.

$$\alpha_{em}(Q^2) = \alpha_{em}(\mu^2) \cdot \frac{1}{1 + \beta_0^{QED} \alpha_{em}(\mu^2) \cdot \ln \frac{Q^2}{\mu^2}}$$

+ Korrekturen höherer Ordnung

Achtung: Diese Rechnung war hochgradig vereinfacht. Bei exakter Durchführung sind viele subtile Details zu berücksichtigen, wie z.B. die endliche Elektronenmasse, die hier einfach vernachlässigt wurde.

Vakuumpolarisation & β -Funktion der QCD

Für QCD sind alle vorherigen Überlegungen analog durchführbar, wenn berücksichtigt wird, daß weitere Schleifen beitragen:

$$\left[\text{Diagramm} \right] \rightarrow \left[\text{Diagramm} \right] \cdot \left\{ 1 - \text{Quark-Schleife} - \text{T-T-Gluon-Schleife} - \text{L-T-Gluon-Schleife} + \dots \right\}$$

wobei "T" und "L" für transversale und longitudinale Gluonen steht. Masselose Gluonen können wie auch Photonen nur transversal polarisiert auftreten. Da in der Schleife die Gluonen jedoch virtuell sind und daher auch (virtuelle) Masse tragen können, gibt es auch longitudinal polarisierte Gluonen in diesen Schleifen. Aufsummation der geometr. Reihe liefert wie im Fall der QED den Ausdruck für die laufende Kopplungskonstante:

$$\alpha_s(Q^2) = \alpha_s(\mu^2) \cdot \frac{1}{1 + \beta_0 \cdot \alpha_s(\mu^2) \cdot \ln Q^2/\mu^2}$$

mit

$$\beta_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \left[-\frac{2}{3} n_f - 5 + 16 \right]$$

↑ Quark-
↑ T-T-Gluon-
↑ L-T-Gluon-
Schleifen

und der β -Funktion:

$$\beta(\alpha_s) = -\beta_0 \cdot \alpha_s^2 + \mathcal{O}(\alpha_s^3)$$

$$\left(\beta_0 = \frac{1}{4\pi} \left(-\frac{2}{3} n_f + 11 \right) = \frac{1}{12\pi} (33 - 2n_f) \right) \text{ ist } > 0 \text{ falls } n_f < 17$$

Laufende (renormierte) QCD-Kopplung

Im Gegensatz zur QED ist die starke Kopplung für $Q^2 \rightarrow 0$ nicht wohldefiniert (z.B. wegen des Confinements). Daher ersetzt man die Renormierungsskala μ durch die Skala Λ , bei der der Pol in der Kopplungskonst. auftritt:

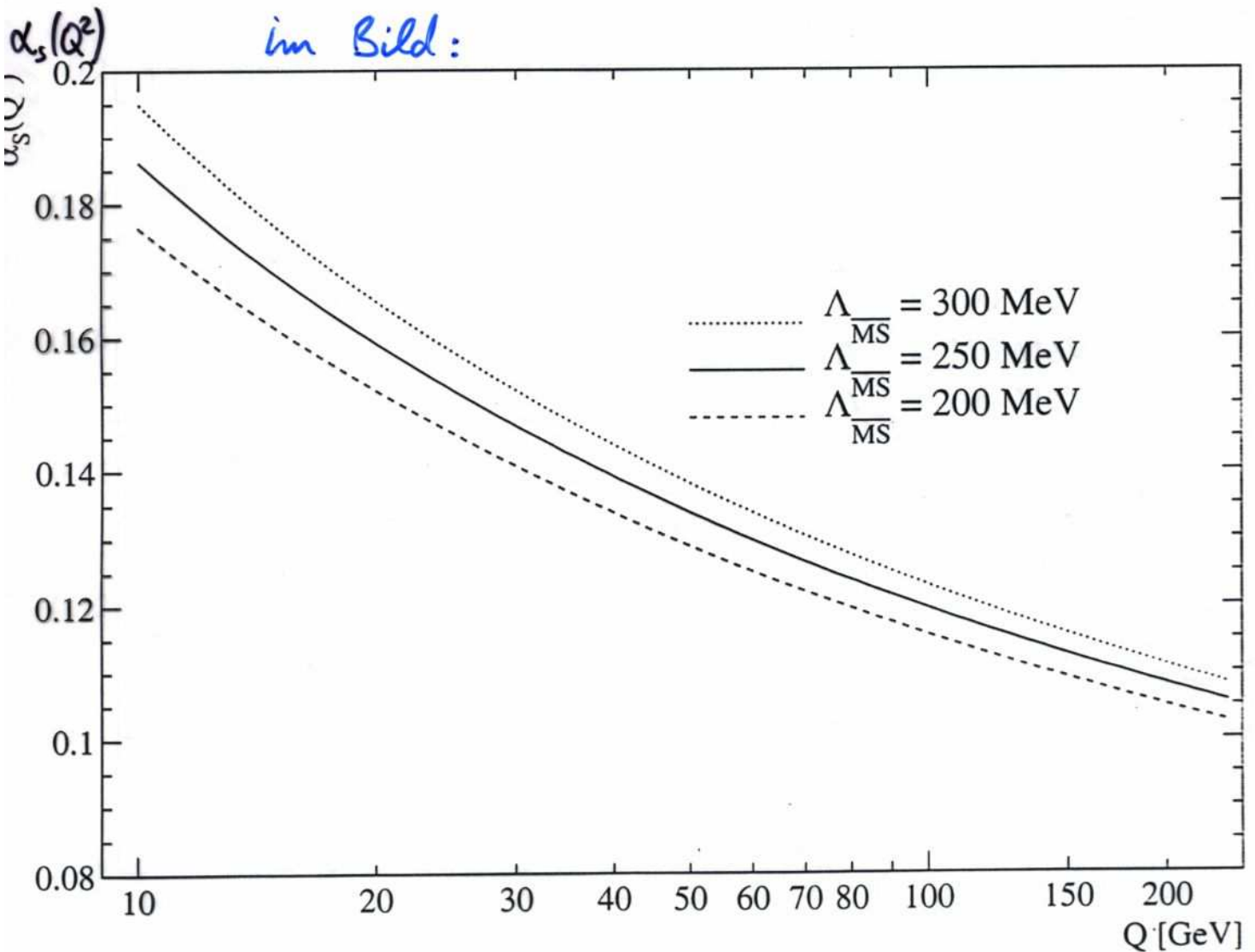
$$\Lambda^2 = \mu^2 \exp\left[-1/\beta_0 \cdot \alpha_s(\mu^2)\right]$$

was typischerweise zu $\Lambda \approx$ einige 100 MeV führt (vgl. z.B. mit π -Meson Masse von $\approx 140 \text{ MeV}/c^2$!)

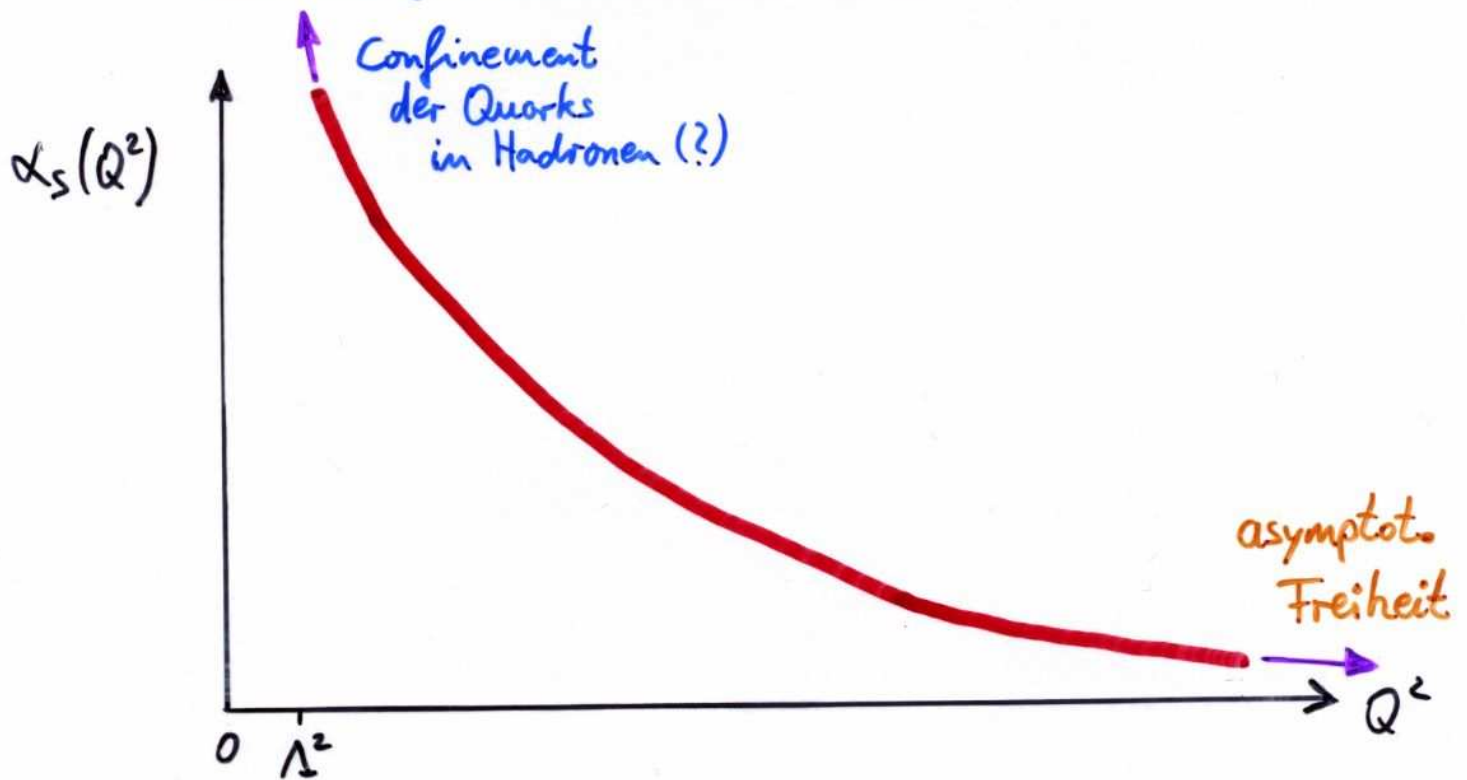
\Rightarrow

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln Q^2/\Lambda^2}$$

im Bild:



Energieverhalten von α_s



- asymptot. Freiheit: Für sehr geringe Abstände ($\hat{=}$ hohe Energie) verhalten sich Quarks wie "freie" Teilchen
- Confinement: Bei geringen Energien ($\hat{=}$ große Abstände) sind Quarks in Hadronen "eingesperrt" (noch nicht aus QCD-Theorie folgerbar)

Asymptotische Freiheit

- wurde in QCD gefunden, als die Renormierbarkeit dieser Theorie gezeigt wurde (1972/73 G.'t Hooft, M. Veltman; Nobelpreis 2000)
- ist zunächst aber nur Resultat mathematischer Betrachtungen

⇒ beobachtbar in experimentellen Studien?

- erste experimentelle Studien (ca. Mitte der 1980er Jahre) bestimmten dazu die Häufigkeit von 3-Jet-Endzuständen in e^+e^- -Kollisionen, denn:

$$R_3 \equiv \frac{\# \left(\begin{array}{c} e^+ \\ \diagup \\ \text{---} \\ \diagdown \\ e^- \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \bar{q} \\ \diagdown \\ \text{---} \\ \diagup \\ q \end{array} \right)}{\# \left(\begin{array}{c} \text{---} \\ \diagup \\ \text{---} \\ \diagdown \end{array} \right) + \# \left(\begin{array}{c} \text{---} \\ \diagdown \\ \text{---} \\ \diagup \end{array} \right)} \sim \alpha_s$$

The diagram in the numerator shows an electron-positron annihilation into a quark-antiquark pair, with a gluon radiated from the quark line, resulting in a 3-jet final state. The quark and antiquark lines are labeled \bar{q} and q respectively. The gluon is represented by a curly line and labeled G . The coupling constant α_s is indicated by a purple arrow pointing to the vertex where the gluon is emitted. The denominator shows two diagrams for the 2-jet final state: $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ and $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ with a gluon radiated from the antiquark line.

Also sollte die 3-Jetrate R_3 , die durch einfaches Zählen der Häufigkeiten von 2- und 3-Jet-Endzuständen bestimmt werden kann, die Existenz der asymptot. Freiheit überprüfen können. Konkrete Erwartung:

$R_3(Q^2)$ nimmt ab für wachsende Q^2

Experimenteller Test der asymptot. Freiheit

3-Jetrate R_3 ...

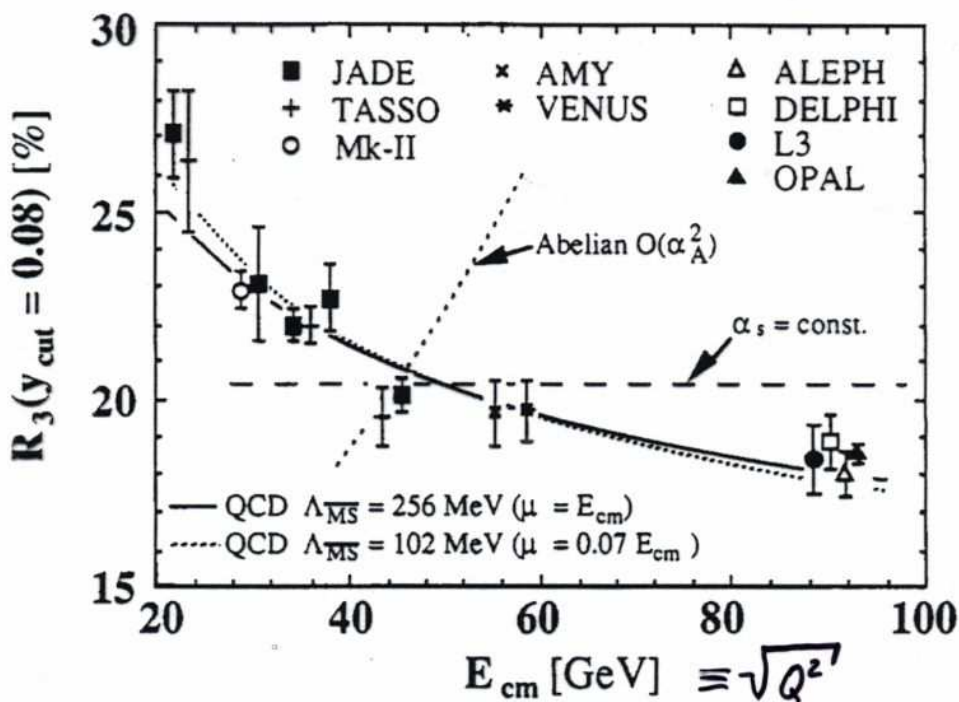


Figure 9. Energy dependence of three-jet event production rates R_3 , using the JADE scheme with $y_{cut} = 0.08$. The measurements are compared with predictions of analytic $O(\alpha_s^2)$ QCD calculations, with the hypothesis of an energy independent α_s , and with the abelian vector theory in $O(\alpha_A^2)$.

... nimmt ab mit wachsendem Q^2 !



asymptot. Freiheit existiert!

Experimenteller Test der asymptot. Freiheit

Bei asymptot. Freiheit sollte

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln Q^2/\Lambda^2} \stackrel{Q^2 \gg \Lambda^2}{\approx} \frac{1}{\beta_0 \ln Q^2} \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$$

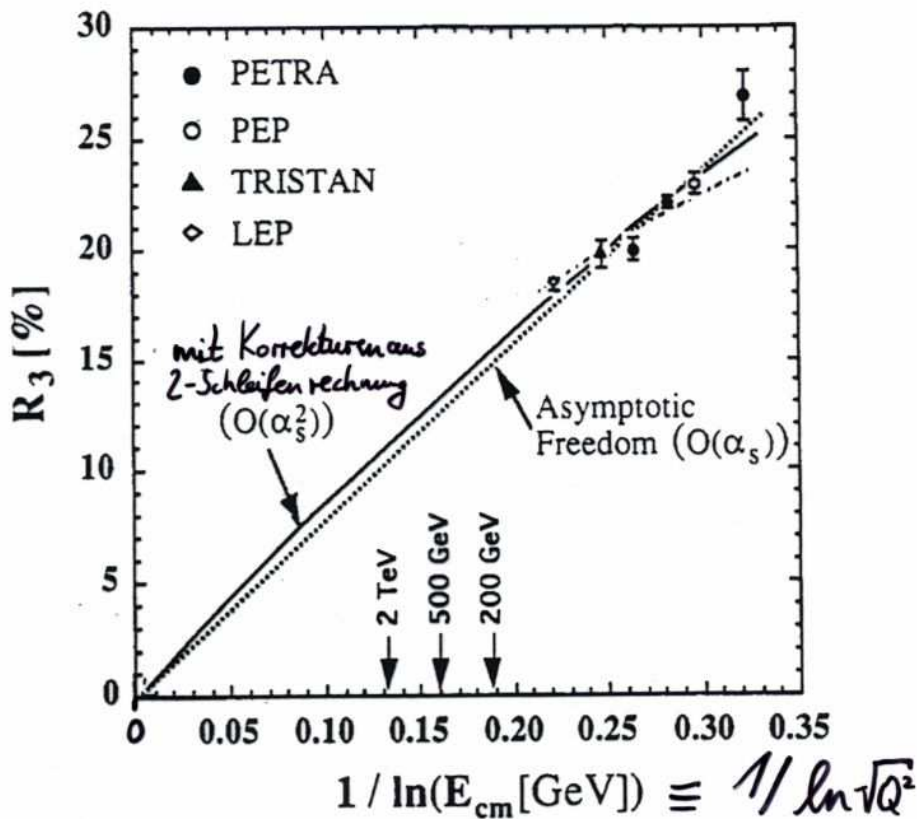


Fig. 10. The same data as shown in Fig. 9, as a function of $1/\ln(E_{cm})$, compared to the prediction of asymptotic freedom

⇒ Daten legen $R_3 \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0$ nahe, doch weitreichende Extrapolation erforderlich

Nachbetrachtung zu Renormierung

Renormierung ist ...

- ein mathemat. Verfahren, divergente Terme durch Redefinition von meßbarer Ladung (& Masse) endlich zu machen;
- eine Vereinfachung von Rechnungen, indem bekannte Vakuum polarisationsbeiträge ($\sum + \sum + \sum + \dots$) nur einmal berechnet und dann in den Größen von Ladung (& Masse) absorbiert werden;
- im höchsten Maße willkürlich, da viele verschiedene Vorschriften existieren, wie Ladung (& Masse) redefiniert werden können. Jede Vorschrift hat ihre spezifischen Vorzüge und Nachteile und wird daher ganz gezielt eingesetzt, um Rechnungen einfacher zu gestalten;
- ist nicht in der Lage, die "nackte" Ladung ausrechenbar zu machen;
- die Ursache für laufende Kopplungskonstanten (& Massen), wegen der Absorption der Vakuum polarisationsbeiträge in die Größen Ladung & Masse, welche meßbar sind. Tatsächlich sollten ohne Renormierung die Kopplungskonstanten (& Massen) wirklich konstant sein (,d.h. aus "nackter" Ladung und "nackter" Masse zu berechnen)
- ein erfolgreiches und notwendiges Konzept um prüfbare Aussagen über eine Theorie zu machen wie z.B. die Energieabhängigkeit der laufenden (renormierten) starken Kopplungskonstanten ds!