

Fragmentationsfunktion, Skalenverletzung, Evolutionsgleichung

Perturbative QCD kann aufgrund des Confinements keine Aussage über die Hadronisierung machen. Dennoch ist es mit geringen Annahmen (i.W. Lokale Parton-Hadron Dualität, kurz LPHD) möglich, viele zusätzliche Vorhersagen über Eigenschaften des Prozesses: $e^+e^- \rightarrow \gamma^*/Z \rightarrow h + X$ zu machen, wobei h ein Hadron ist und X den Rest des Endzustandes bezeichnet. Eine charakteristische Eigenschaft des Endzustandes ist die Fragmentationsfunktion F , die die Energieverteilung des Hadrons h beschreibt (F sagt aus, wie häufig ein Hadron h mit Energiebruchteil x im Endzustand erscheint). Perturbative QCD vermag zwar nicht, diese Fragmentationsfunktionen zu berechnen, sie kann aber Aussagen über die Veränderung der Fragmentationsfkt. mit der Energie durch die Evolutionsgleichung machen. Tatsächlich skaliert die Fragmentationsfkt. nicht mit der Energie Q [d.h. sie ändert ihre Form mit Q], weil durch die Evolutionsgleichung die starke Kopplungskonst. α_s involviert wird. Man spricht daher von Skalenverletzung.

Fragmentationsfunktion

... ist wie folgt definiert (experimentell wie auch theoretisch):

$$F^h(x, Q^2) := \frac{1}{\sigma_{\text{total}}} \cdot \frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^*/Z \rightarrow h+X)}{dx}$$

wobei x der Energiebruchteil des Hadron h ist: $x := \frac{E_h}{Q/2}$
und σ den Wirkungsquerschnitt bezeichnet.

Zur Erzeugung des Hadrons h mit Energiebruchteil x tragen i.A. alle Quarks und Gluonen $f = u, \bar{u}, d, \bar{d}, \dots, G$ bei, deren Energiebruchteil $z \geq x$ ist. Die Häufigkeitsverteilung dieser Partonen (d. sind Quarks, Antiquarks, Gluonen) wird durch eine analoge Fragmentationsfkt. gegeben, der **Parton-Fragmentationsfunktion** $D_f^h(\frac{x}{z}, Q^2)$. Mathematisch betrachtet handelt es sich um ein Faltungsintegral:

$$F^h(x, Q^2) = \sum_f \int C_f \otimes D_f^h$$
$$= \sum_f \int_x^1 \frac{dz}{z} C_f(Q^2; z, \alpha_s) \cdot D_f^h\left(\frac{x}{z}, Q^2\right)$$

Die Fkt. C_f sind Koeffizientenfunkten, welche u.a. die Kopplung von Parton f an γ^*/Z enthalten und welche perturbativ berechnet werden können (mittels elektroschwacher + QCD Theorie)

Bedeutung der Fragmentationsfunktion

Die Definition der Fragmentationsfunktion

$$F^h(x, Q^2) = \frac{1}{\sigma_{\text{total}}} \frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow h+X)}{dx}$$

für $x = \frac{E_h}{Q/2}$ legt ihre Bedeutung fest:

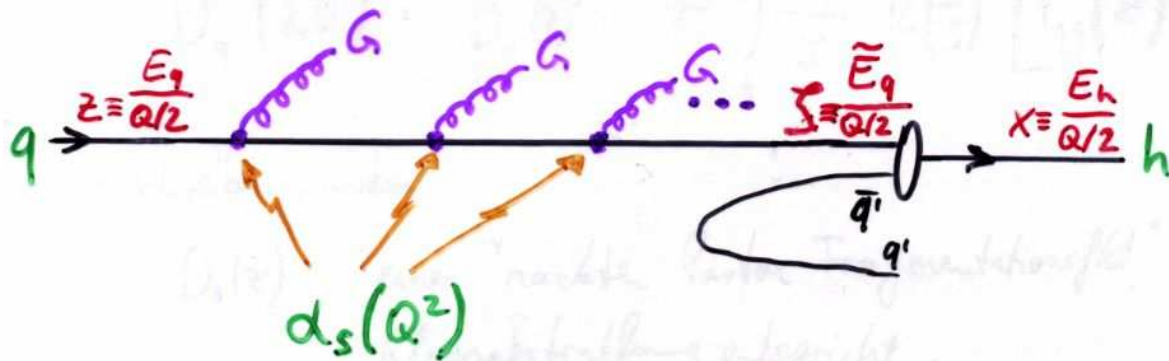
$F^h(x, Q^2)$ sagt aus, wieviele Hadronen vom Typ h im Intervall $[x, x+dx]$ erzeugt werden.

Damit folgen einige einfache Aussagen über die Fragmentationsfkt. F :

- $\int_0^1 dx F^h(x, Q^2) =: \langle n_h(Q^2) \rangle$ ist die mittlere Multiplizität (Anzahl) der Hadronen h in einer Reaktion. Summation über h liefert die mittlere Multiplizität aller Hadronen in einer e^+e^- -Reaktion
- $\sum_h \int_0^1 dx x \cdot F^h(x, Q^2) = 2$ ist eine Summenregel, welche die Energieerhaltung zum Ausdruck bringt ($x \cdot F^h(x, Q^2) \hat{=} \text{Energiebruchteil} \cdot \text{Anzahl der Hadronen } h \text{ für } x$)

Skalenverletzung & Evolutionsgleichung

Dass das Skalierungsverhalten von $D_f^h(\frac{x}{z}, Q^2)$ nicht gegeben ist, wird aus der folgenden Überlegung klar:



Da vor der Hadronisierung $q \rightarrow h$ Gluonabstrahlung stattfinden kann und diese von der Kopplungsstärke $\alpha_s(Q^2)$ bestimmt wird, welche von Q^2 abhängt, muss zwangsläufig das Skalierungsverhalten von $D_f^h(\frac{x}{z}, Q^2)$ verletzt sein.

Erinnerung: In LLA-Näherung wurde die Gluonabstrahlung eines Quarks durch die Altarelli-Parisi-Splittingfkt.:

$$P_{qq}(z) = P_{q \rightarrow qG}(z) = C_F \cdot \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]$$

beschrieben. Am Ende der Abstrahlungsprozesse hat das Quark noch einen Energiebruchteil $\xi \leq z$. Damit folgt die Evolutionsgleichung für die Parton-Fragmentationsfkt.:

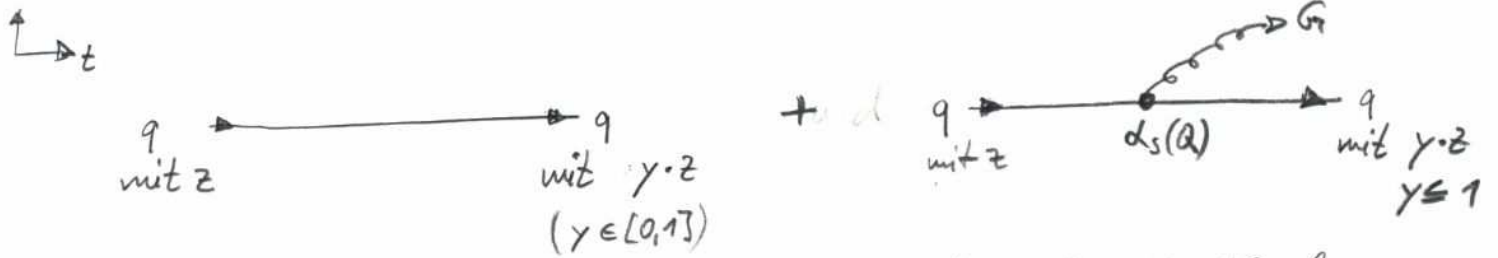
$$Q^2 \frac{\partial D_q^h(z, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_z^1 \frac{d\xi}{\xi} \cdot P_{qq}(z) \cdot D_q^h\left(\frac{z}{\xi}, Q^2\right)$$

als Faltung von Splittingfkt. und Parton-Fragmentationsfkt.

DGLAP-Evolutionsgleichung

Energieabhängigkeit der Partonfragmentationsfkt. $D_q^h(z)$ stammt aus Energieabhängigkeit der starken Kopplungskonst. $\alpha_s(Q)$

Betrachte: Quark mit Energie(-bruchteil) $z := E_q / (Q/2)$ (NB: $Q = \sqrt{s}$)



Wahrscheinlichkeitsdichte P_i und deren Veränderung dP für diese Prozesse:

$$P_{q \rightarrow q}(y) + dP_{q \rightarrow qG}(y) = \underbrace{\delta(y-1)}_{\text{ohne Gluon-abstrahlung}} + \underbrace{\frac{\alpha_s}{2\pi} P_{q \rightarrow qG}(y) \frac{dQ^2}{Q^2}}_{\text{Effekt durch Gluonabstrahlung}}$$

dabei ist $P_{q \rightarrow qG}(y) = C_F \left[\frac{1+y^2}{1-y} \right]$ die Altarelli-Parisi-Splittungsfkt. für den Prozeß $q \rightarrow q + G$.

Diese Wahrscheinlichkeitsdichte + ~ Änderung wirkt auf die Partonfragmentationsfkt. $D_q^h(z)$:

$$D_q^h(x, Q^2) + dD_q^h(x, Q^2) = \int_0^1 dz \int_0^1 dy \delta(yz-x) \cdot D_q^h(z, Q^2) \cdot \left[\delta(y-1) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{q \rightarrow qG}(y) \frac{dQ^2}{Q^2} \right]$$

Entstehung eines Hadrons mit Energiebruchteil x alle Quarks mit Energiebruchteil $z \geq x$.

Betrachtung aller möglichen Gluonabstrahlungen, sodass Quarkenergie nach Abstrahlung $y \cdot z$ zwischen $0 \cdot z$ und $1 \cdot z$ liegt.

Parton-fragment. ("Quelle" der Quarks mit Energie z)

Effekt d. Gluonabstrahlung: Reduktion der Quarkenergie von z auf $y \cdot z$

δ -Distribution, um die Erzeugung eines Hadrons der Energie x aus einem Quark, das nach Gluonabstrahlung noch eine Energie von $y \cdot z \leq z$ hat, sicherzustellen

Auswertung der Partonfragmentationsfkt & -Änderung ($d \ln Q^2 \equiv \frac{dQ^2}{Q^2}$)

$$D_q^h(x, Q^2) + d D_q^h(x, Q^2) = \int_x^1 dz \int_0^1 dy \delta(yz-x) \cdot D_q^h(z, Q^2) \left[\delta(y-1) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{q \rightarrow qG}(y) d \ln Q^2 \right]$$

• Zunächst die Terme "mm":

$$D_q^h(x, Q^2) = \int_x^1 dz \int_0^1 dy \delta(yz-x) \cdot D_q^h(z, Q^2) \delta(y-1)$$

$$= \int_x^1 dz \delta(1 \cdot z - x) \cdot D_q^h(z, Q^2) = D_q^h(x, Q^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{D_q^h(x, Q^2) = D_q^h(x, Q^2)}$$

Skalierungsverhalten (falls keine Gluonabstrahlung)

• Terme "mm"

$$d D_q^h(x, Q^2) = \int_x^1 dz \int_0^1 dy \delta(yz-x) \cdot D_q^h(z, Q^2) \cdot \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{q \rightarrow qG}(y) d \ln Q^2$$

Substitution $\tilde{y} := yz$
 $d\tilde{y} = z dy$

$$\rightarrow = \int_x^1 dz \int_0^{\tilde{z}} \frac{d\tilde{y}}{z} \delta(\tilde{y}-x) D_q^h(z, Q^2) \cdot \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{q \rightarrow qG}\left(\frac{\tilde{y}}{z}\right) d \ln Q^2$$

$$= \int_x^1 dz \cdot \frac{1}{z} \cdot D_q^h(z, Q^2) \cdot \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{q \rightarrow qG}\left(\frac{x}{z}\right) d \ln Q^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d D_q^h(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} D_q^h(z, Q^2) \cdot P_{q \rightarrow qG}\left(\frac{x}{z}\right)}$$

Substitution: $z \rightarrow \frac{x}{z}$; $dz \rightarrow -\frac{x}{z^2} dz$

$$\Rightarrow \frac{d D_q^h(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} D_q^h\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \cdot P_{q \rightarrow qG}(z)$$

DGLAP-Evolutionsgleichung

In der Produktion von Hadron h trägt nicht nur Quark q bei, sondern auch Antiquark \bar{q} und Gluon G , sodass die vollständige DGLAP-Evolutionsgleichung (benannt nach den Autoren: Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli, Parisi) lautet:

$$\otimes \frac{\partial D_i^h(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \sum_{j=q, \bar{q}, G} \int_x^1 \frac{dz}{z} \cdot \frac{d_s(Q^2)}{2\pi} \cdot P_{ji}(z, d_s) \cdot D_j^h\left(\frac{x}{z}, Q^2\right)$$

wobei P_{ji} die Altarelli-Parisi-Splittingfunktionen bezeichnet und $i = q, \bar{q}, G$ ist.

Zwar kann perturbative QCD die Parton-Fragmentationsfunktionen D_i^h nicht berechnen, sie macht aber sehr klare Aussagen über deren Skalenverhalten durch die DGLAP-Gl. \otimes .

Experimentell wurden v.a. die inklusive Fragmentationsfunktionen intensiv untersucht. "Inklusiv" bedeutet dabei, dass h = alle geladenen Hadronen im Detektor bezeichnet (i.W. sind die $\pi^\pm, K^\pm, p, \bar{p}$ aufgrund der langen Lebensdauern).

Man bestimmt im Experiment:

$$F^{\text{inkl.}}(x, Q^2) = \frac{1}{N_{\text{cut}}} \cdot \frac{\Delta N(\text{geladene Hadronen})}{\Delta x}$$

Inklusive Fragmentationsfunktion F^{inkl}

zur Lösung der DGLAP-Gl. \otimes wurde eine Parametrisierung gewählt:

$$x \cdot D_i^h(x, Q^2) = N_i \cdot (1-x)^{\alpha_i} \cdot x^{\beta_i} \cdot \exp[-c_i \cdot (\ln x)^2]$$

mit exp. anzupassenden Parametern $N_i, \alpha_i, \beta_i, c_i$ für $i = u, (ds), c, b, G$

$$\frac{1}{N} \frac{\Delta N}{\Delta x}$$

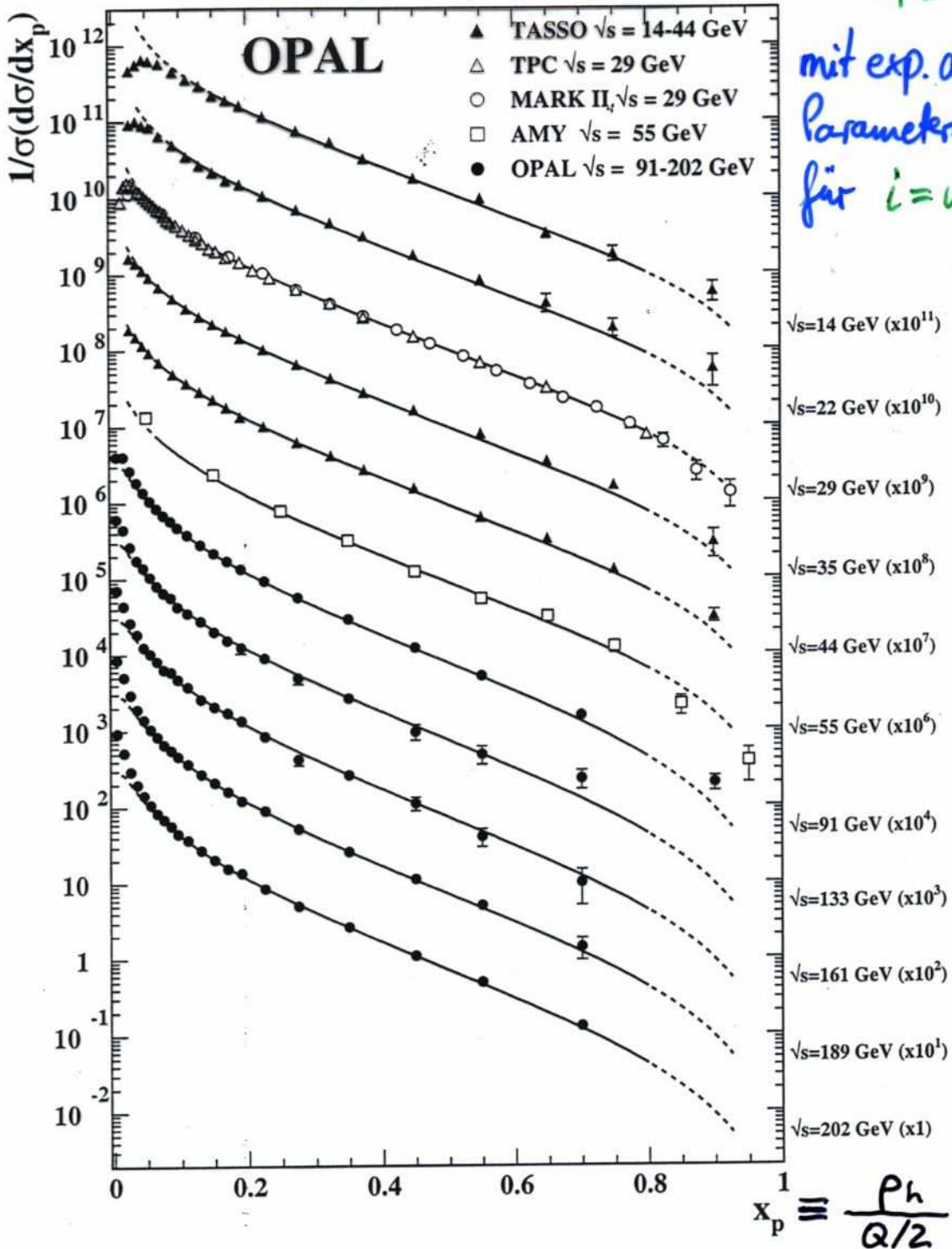


Figure 9: x_p spectra measured in the range $\sqrt{s} = 14 - 202$ GeV, compared to fit NLO predictions (Equation (9) in this paper) using the world average value of $\alpha_s(M_Z) = 0.1181$. The full lines indicate the region of the fit. The uncertainties of the data represent the combined statistical and systematic errors.

⇒ Gute Beschreibung der Daten im Energiebereich

$Q = 14 \text{ GeV} - 202 \text{ GeV}$ für $x \geq 0.1$

Inklusive Fragmentationsfunktion F^{inkl}

Darstellung als Fkt. von Q hebt Skalenverletzung hervor

$$\frac{1}{N} \frac{\Delta N}{\Delta x}$$

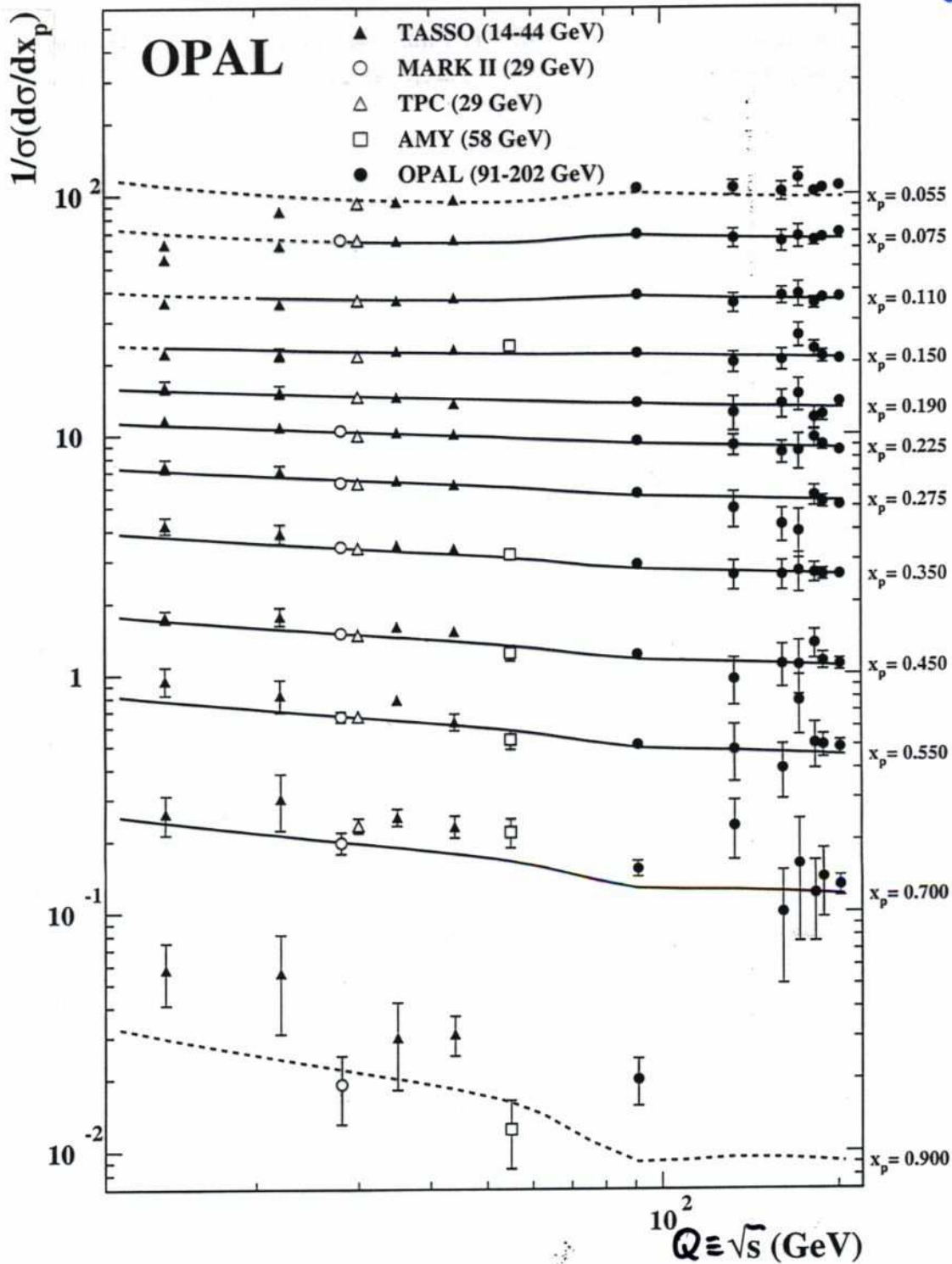


Figure 10: Inclusive charged particle rate, $1/\sigma \cdot d\sigma_{ch}/dx_p$, as a function of \sqrt{s} in bins of x_p , compared to fitted NLO predictions (Equation (9) in this paper) using the world average value of $\alpha_s(M_Z) = 0.1181$. The full lines indicate the region of the fit. The uncertainties of the data represent the combined statistical and systematic errors.

⇒ Skalenverletzung sichtbar als unterschiedliche Steigung der Kurven für verschiedene Werte von x

Messung der Parton-Fragmentationsfunktionen

Die verschiedenen, bereits früher vorgestellten Methoden zur Identifikation der Flavourquantenzahl des primär erzeugten Quark-Antiquark-Paares erlauben es, die Parton-Fragmentationsfkt.en experimentell zu messen.

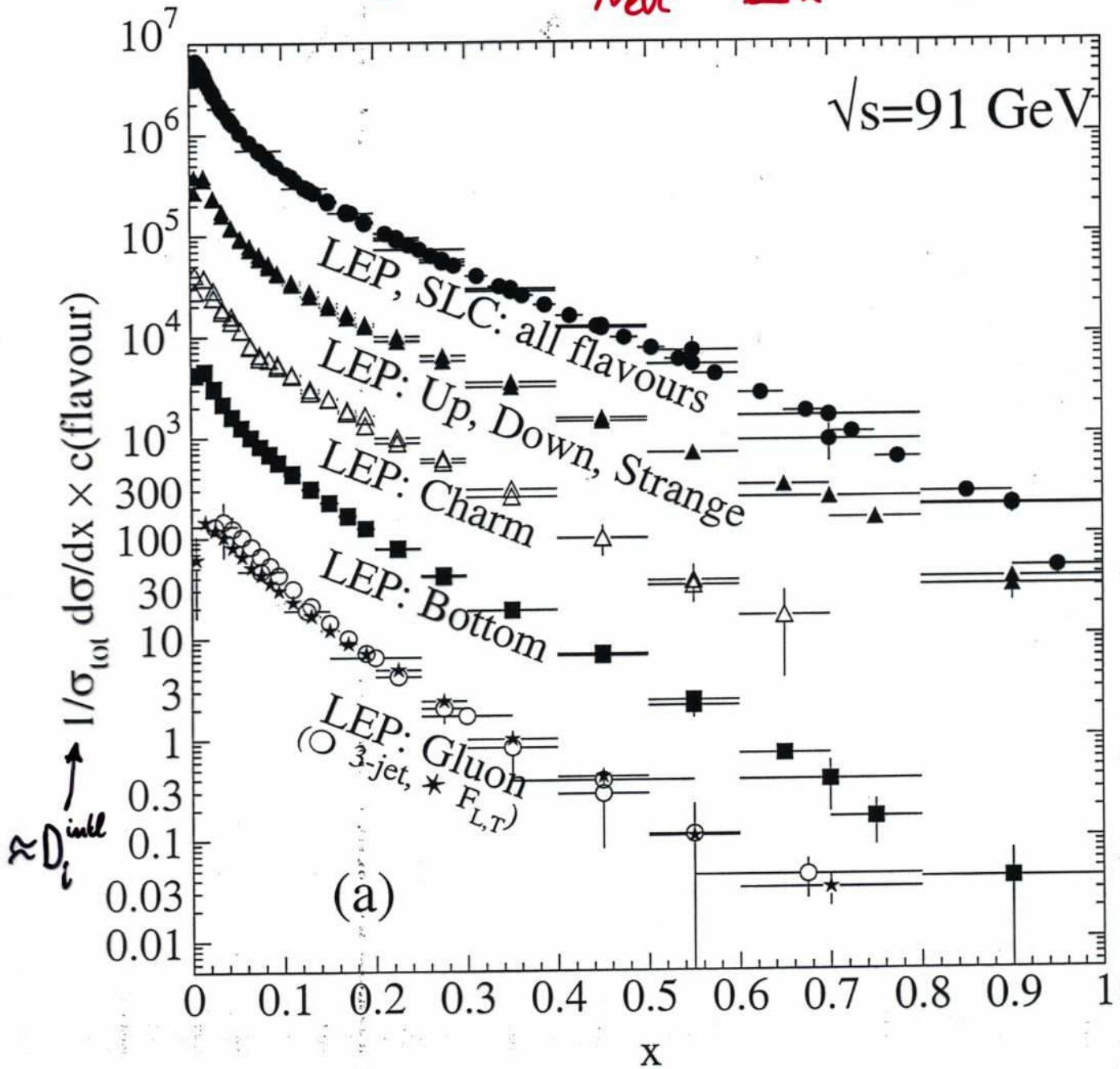
Konkret kann $D_i^{\text{inkl.}}(x, Q^2)$ für ein gegebenes $i = u, d, s, c, b, G$ gemessen werden. Allerdings tragen im Faltungintegral der DGLAP-Gleichung immer noch die übrigen Partonen bei.

- Für $i = u, d, s$ und $i = b$ wurden die sekundären Zerfallsvertices benutzt (\exists Zerfallsvertex, dann $i = b$; \nexists Zerfallsvertex, dann $i = u, d, s$).
- Für $i = c$ wurden exklusive Zerfälle von charm-Mesonen rekonstruiert (z.B. $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+ \rightarrow (K^- \pi^+) \pi^+$)
- Für $i = G$ wurde in 3-Jet-Endzuständen der Gluonjet durch Auffinden eines b-Zerfallsvertex im anderen Jet identifiziert bzw. die sog. longitudinale Fragmentationsfkt. gemessen (dominiert durch Gluonabstrahlung ergibt sich eine $\sin^2 \theta$ -Winkelverteilung statt $1 + \cos^2 \theta$ für transversale Fragmentationsfkt.), auf die in dieser Vorlesung nicht näher eingegangen werden kann.

Parton-Fragmentationsfunktionen

Resultate mehrerer Experiment sind überlagert dargestellt:

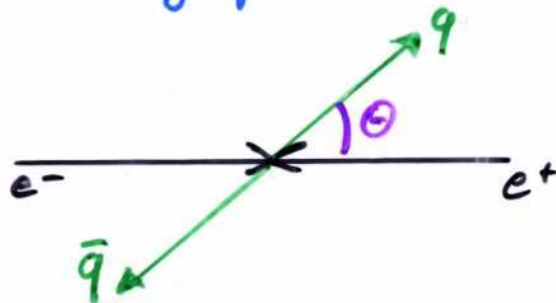
$$D_i^{\text{inkl}}(x) \approx \frac{1}{N_{\text{evt}}} \cdot \frac{\Delta N_i}{\Delta x} \quad \text{für } i = u, d, s, c, b, G$$



⇒ zeigt das bereits bekannte Verhalten und die bekannten Unterschiede zwischen Quark- und Gluonjets.

longitudinale & transversale Fragmentation

Im Prozess $e^+e^- \rightarrow Z/\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ ergibt sich eine charakteristische Verteilung für den Polariswinkel θ



Ursache sind die verschiedenen Polarisationszustände des Z -Bosons und des virtuellen Photons γ^* : **longitudinal**

(d.h. Spinwellenfkt. $|1,0\rangle$) und **transversal** (Spinwellenfkt. $|1,\pm 1\rangle$)
 (weiterhin gibt es noch einen asymmetrischen Beitrag, der aus der Interferenz der beiden Prozesse: $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow q\bar{q}$ und $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ stammt und mit der Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung in Verbindung gebracht werden kann.)

Die Spinwellenfkt. bestimmen die Polariswinkelverteilung des differentiellen Wirkungsquerschnitts, mit der Struktur

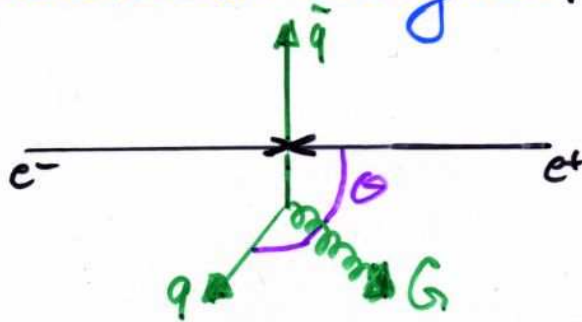
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{\alpha_{em}^2}{4s} \cdot \left[\underbrace{G_1(s) \cdot (1 + \cos^2\theta)}_{\text{transversal}} + \underbrace{\frac{4\alpha_{em}^2}{s} \cdot G_2(s) \cdot \sin^2\theta}_{\text{longit.}} + \underbrace{G_3(s) \cos\theta}_{\text{asym.}} \right]$$

↓
↑
unterdrückt

⇒ longitudinaler Wirkungsquerschnitt beim elektroschwachen Prozess unterdrückt, trotzdem longit. Beitrag aus Gluonen

longitudinale & transversale Fragmentation

Gluonabstrahlung von Quarks erzeugt einen Beitrag, der einer longitudinalen Winkelverteilung hat, anschaulich



Ganz allgemein führen der transversale Wirkungsquerschnitt aus dem elektroschwachen Teil und die Gluonabstrahlung zu drei verschiedenen Winkelabhängigkeiten:

- transversal $\sim (1 + \cos^2 \theta)$
- longitudinal $\sim \sin^2 \theta$
- asymmetrisch $\sim \cos \theta$

Diese Struktur der Winkelverteilungen bleibt auch für die Hadronen erhalten, welche nach Hadronisierung beobachtet werden:

Für $e^+e^- \rightarrow Z/\gamma^* \rightarrow h + X$ ergibt die allgemeine Form der winkelabhängigen Fragmentationsfunktionen:

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}} \frac{d^2\sigma}{dx d\cos\theta} = \frac{3}{8} (1 + \cos^2\theta) \cdot F_T(x) + \frac{3}{4} \sin^2\theta \cdot F_L(x) + \frac{3}{4} \cos\theta \cdot F_A(x)$$

transv. longit. asym.

Fragmentationsfunktionen

longitudinale & transversale Fragmentation

$$e^+e^- \rightarrow h+X$$

Genau wie für die winkelunabhängige Fragmentationsfkt.

$$\otimes \quad F^h(x) = \sum_{\substack{i=u,d,s,\dots \\ \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}, \dots, G}} \int_x^1 \frac{dz}{z} C_i(Q^2, z, \alpha_s) \cdot D_i^h\left(\frac{x}{z}, Q^2\right)$$

gibt es auch für longit. & transv. Fragmentationsfkt.

Darstellungen als Faltungintegral von Partonfragmentationsfkt

$D_i^h(\dots)$ und einer Koeffizientenfkt. $C_i(\dots)$, wobei letztere

sich gemäß der Polarisationszustände ($T \equiv$ transv., $L \equiv$ longit.,

$A \equiv$ asym.) und dem Anfangsparton unterscheiden. In

niedrigster Ordnung gilt beispielsweise:

$$\bullet C_q^T(z) = \delta(1-z) + \mathcal{O}(\alpha_s)$$

$$\bullet C_G^T(z) = \mathcal{O}(\alpha_s)$$

$$\bullet C_q^L(z) = C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2)$$

$$\bullet C_G^L(z) = 4C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(\frac{1}{z} - 1\right) + \mathcal{O}(\alpha_s^2)$$

und damit (Σ für $i=q, \bar{q}, G$ ausgeführt):

$$\otimes \quad \rightarrow F_L(x) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \cdot \left[C_q^L(z) \cdot D_q^h\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) + C_G^L(z) \cdot D_G^h\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2)$$

$$\otimes \otimes \quad F_T(x) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[C_q^T(z) \cdot D_q^h\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \right] = D_q^h(x, Q^2) + \mathcal{O}(\alpha_s)$$

longitudinale & transversale Fragmentation

Aus $\otimes \otimes$ folgt:

$$\otimes \otimes F_L(x) = C_F \frac{ds}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[F_T(z) + 4 \left(\frac{z}{x} - 1 \right) D_G^h(z) \right] + \mathcal{O}(ds^2)$$

Mit anderen Worten: Die gemeinsame Messung von $F_L(x)$ und $F_T(x)$ gestattet die Bestimmung der Gluonfragmentationsfkt.

$D_G^h(z)$, z.B. aus:

$$\otimes \otimes \Rightarrow F_G(x) := \frac{\pi}{2dsC_F} \cdot F_L(x) - \frac{1}{4} \int_x^1 \frac{F_T(z)}{z} dz = \int_x^1 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{z} \right) D_G^h(z) dz$$

kann $D_G^h(z)$ bestimmt werden (wozu man eine geeignete Parametrisierung für $D_G^h(z)$ verwendet wie $D_G(z) = A \cdot \exp[-c \ln^2 z] \cdot z^p \cdot (1-z)^q$ mit den anzupassenden Parametern A, c, p, q). Dies ist von Bedeutung, da man sonst in e^+e^- -Reaktionen keinen direkten Zugriff auf Gluoneigenschaften hat (vgl. Quark-Gluon-Unterschiede), weil die Reaktion $e^+e^- \rightarrow GG$ nicht möglich ist.

longitudinale & transversale Fragmentation

Experimentelle Bestimmung von longit. & transv. Fragmentationsfkt.:

- Messung der $\cos\theta$ -Verteilung aller (geladener) Teilchen mit einer Energie $E \in [x, x+dx]$
- Anpassung der Funktion ($x \equiv x_E := 2E_h/\sqrt{s}$)

$$g(x, q, \cos\theta) = \frac{3}{8} (1 + \cos^2\theta) \cdot F_T(x) + \frac{3}{4} \sin^2\theta \cdot F_L(x) + \frac{3}{4} q \cdot \cos\theta \cdot F_A(x)$$

im Intervall $[x, x+dx]$ für F_T, F_L, F_A

(Die Multiplikation mit der Teilchenladung q sorgt dafür, dass durch die Korrelation zwischen Quarkladung und Teilchenladung die asymmetrische Komponente der Fragmentationsfkt. gemessen werden kann.)

- Berechnung von $F_G(x)$ aus gemessenen $F_T(x), F_L(x)$ und Auflösen nach $D_G(x)$ von

$$F_G(x) = \int_x^1 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{z} \right) \cdot D_G(z) dz$$

(mit Parametrisierung

$$D_G(z) = A \cdot \exp[-c \cdot \ln^2 z] \cdot z^p \cdot (1-z)^q$$

und den anzupassenden Parametern A, c, p, q .)

Messung der Longit. & transv. Fragmentationsfkt.

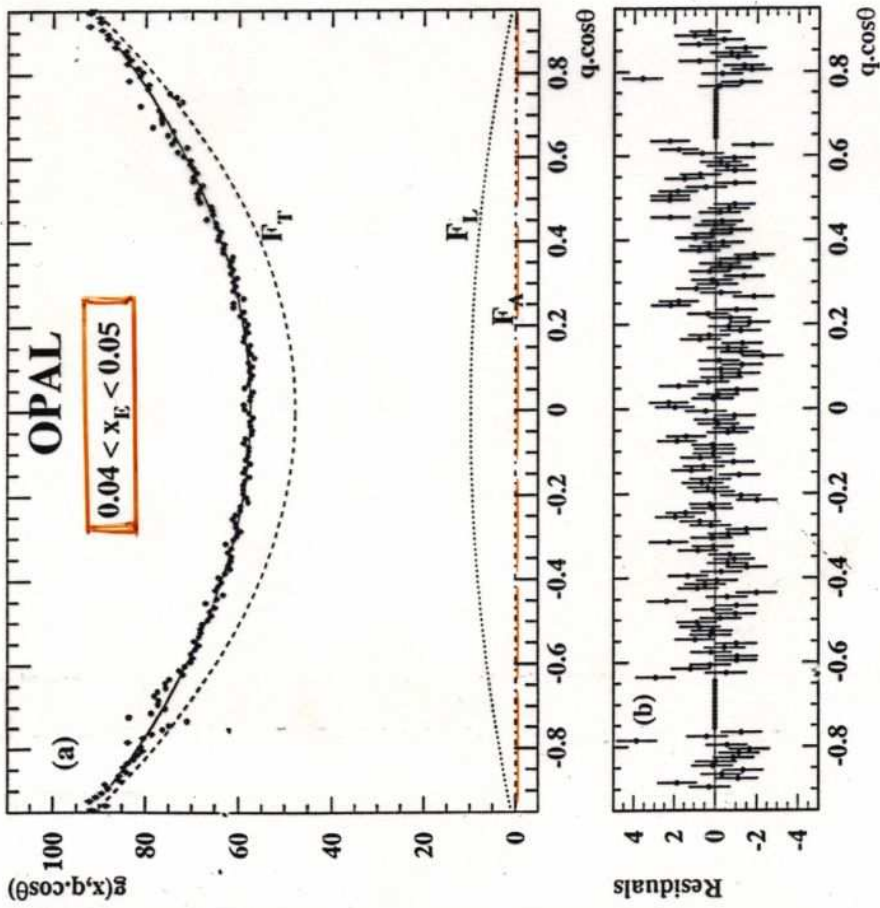


Figure 2: (a) Fit to the corrected $q \cdot \cos \theta$ distribution, $g(x, q \cdot \cos \theta)$ for tracks having $0.04 < x_E < 0.05$. The shaded regions are excluded from the fit. The fitted contributions shown are: transverse (dashed), longitudinal (dotted), asymmetry (dot-dashed) and total (solid). (b) Residuals of the fit.

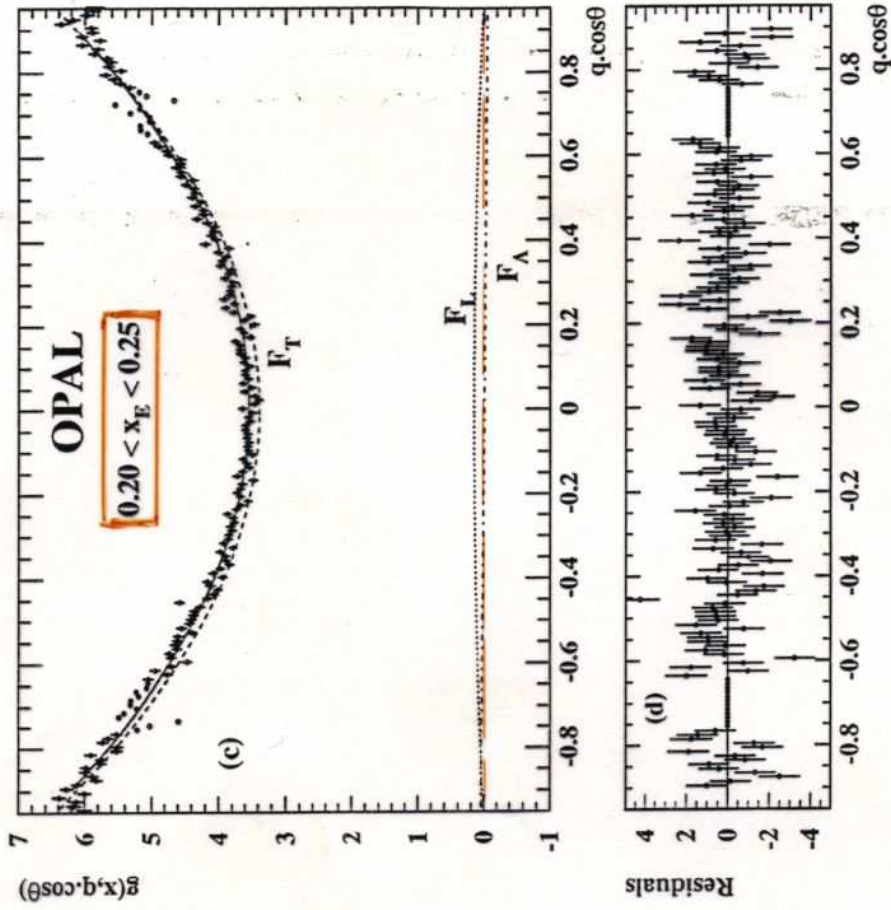


Figure 2: (c) as (a), for tracks having $0.20 < x_E < 0.25$. (d) Residuals of the fit.

longitudinale & transversale Fragmentationsfkt.

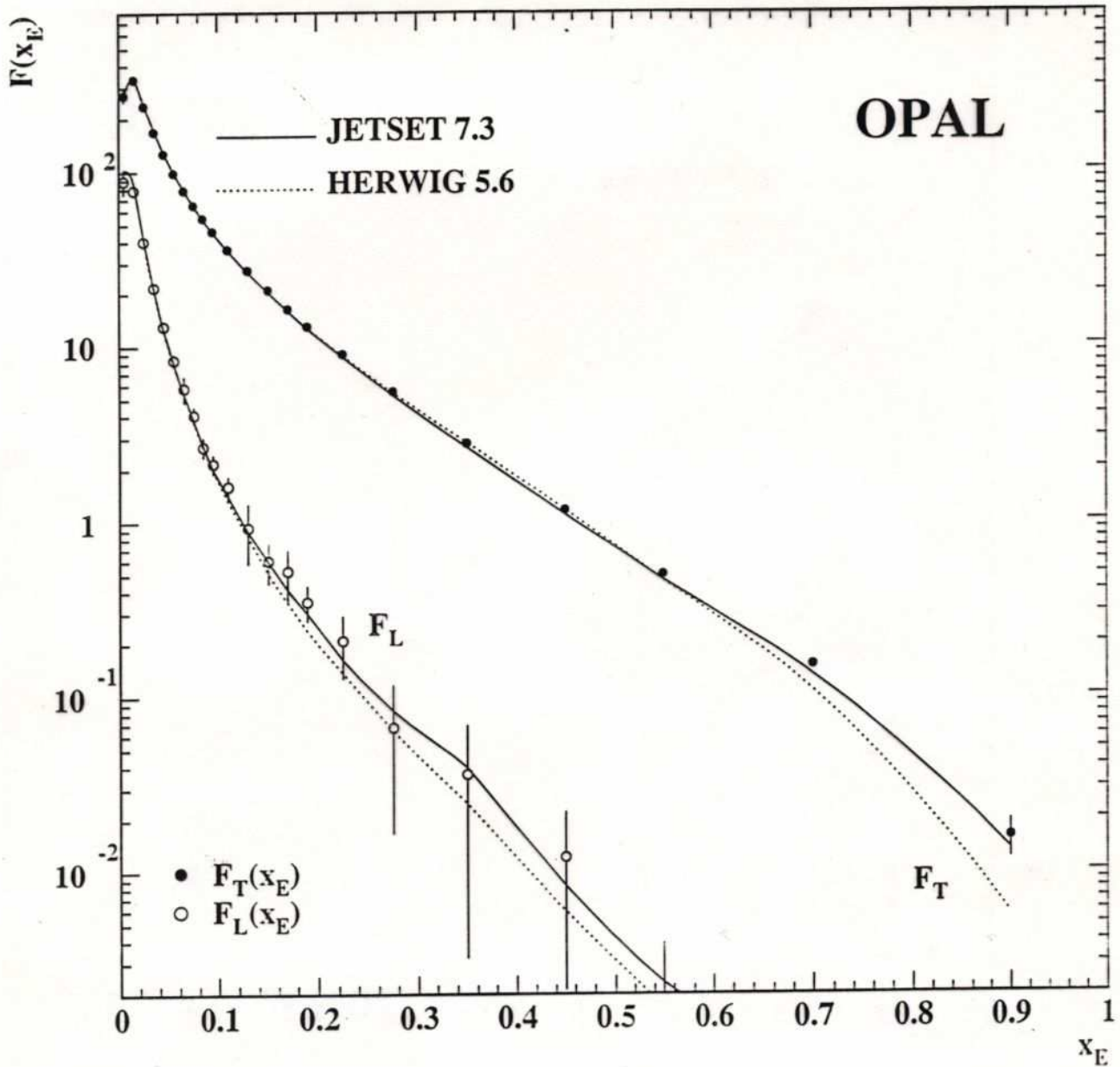


Figure 3: Measurements of $F_T(x)$ and $F_L(x)$ for charged particles; statistical and systematic errors are combined. The predictions of the QCD Monte Carlo programs JETSET and HERWIG are also shown. The data points are plotted at the bin centres, and the model predictions are averaged over the same bins and drawn as curves passing through the bin centres.

Bestimmung der Gluon fragmentationsfunktion

$F_G(x) \rightarrow F_G(x) = \int_x^1 dz \left(\frac{1-z}{z}\right) \cdot D_G(z) \rightarrow D_G(z)$

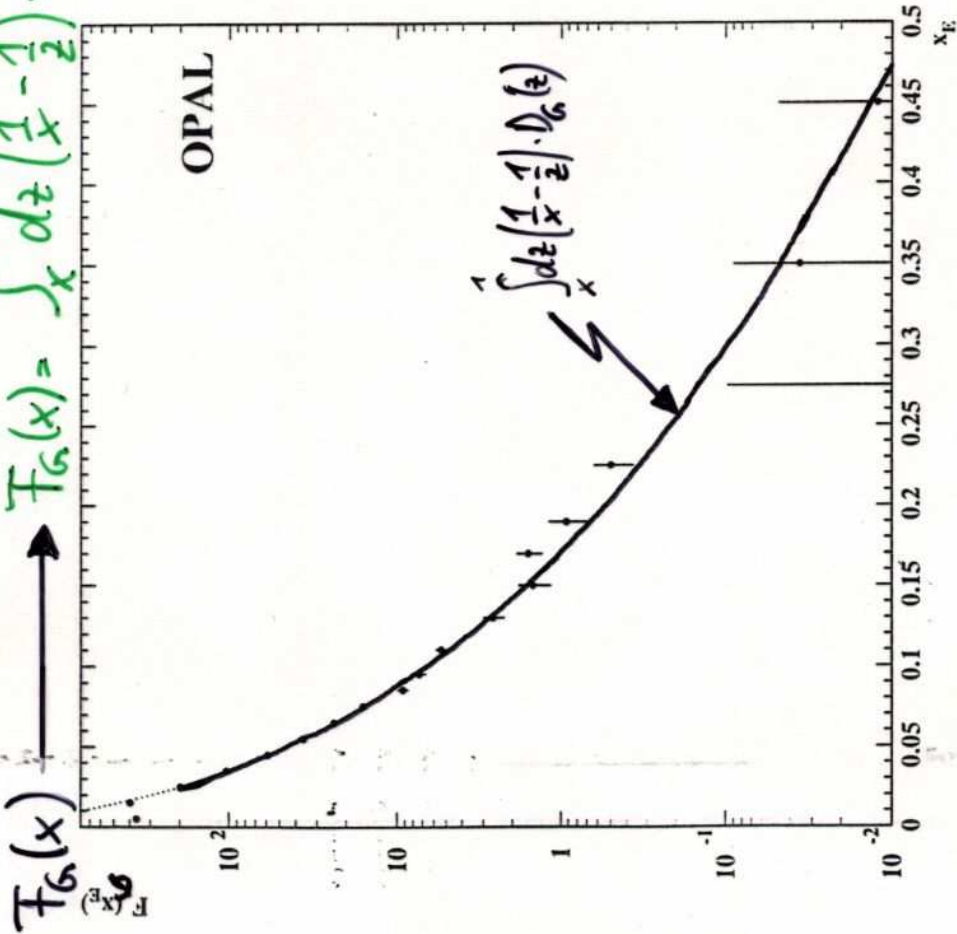


Figure 6: Distribution of $F_g(x) = \frac{\pi}{2\alpha_s C_F} F_L(x) - \frac{1}{4} \int_x^1 \frac{F_L(z)}{z} dz$. The curve shows a fit to the form $\int_x^1 \left(\frac{1-z}{z}\right) D_g(z) dz$, from which $D_g(z)$ may be inferred. The solid part of the curve indicates the fitted region; the extrapolation to low x_E is shown as a dotted line.

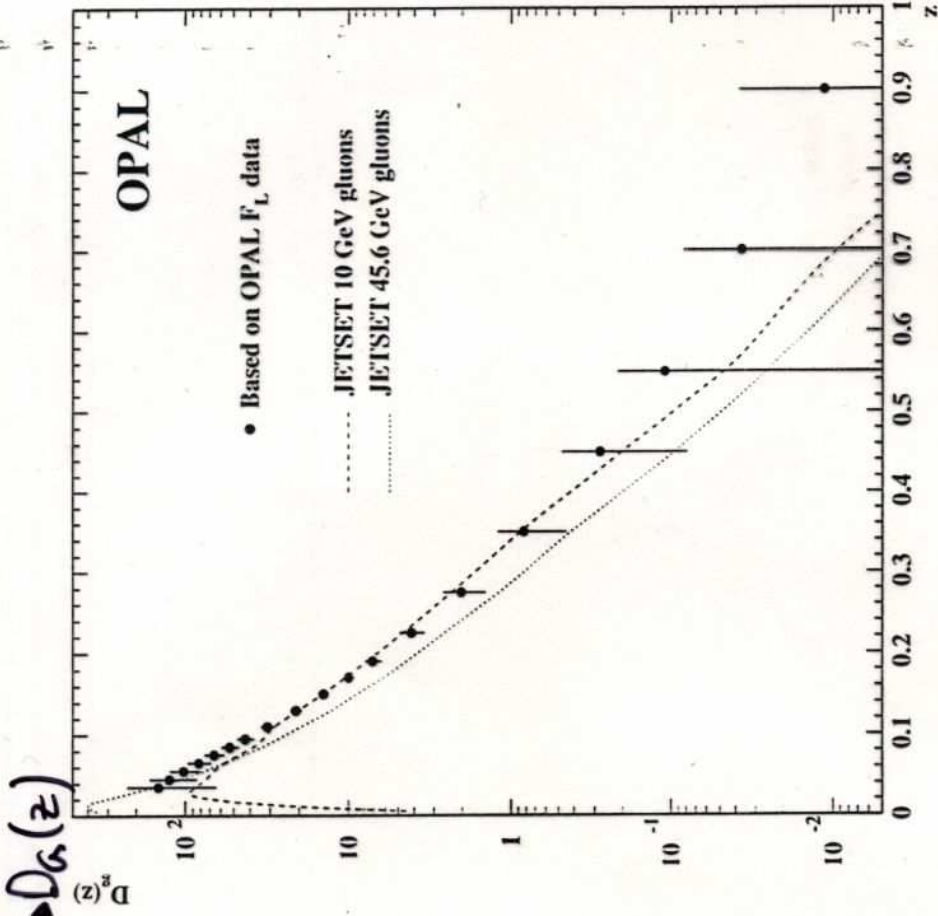


Figure 7: Gluon fragmentation function $D_g(z)$ for charged particles extracted from the longitudinal and transverse fragmentation functions. The errors include systematic contributions, and are highly correlated. Numerical values are given in Table 3. The predictions of the JETSET model for the fragmentation of gluon jets (in a gluon-gluon system) at two energies are shown.

longitudinale & transversale Fragmentation

weitere Eigenschaften von $F_T(x)$ und $F_L(x)$:

- longit. & transv. Wirkungsquerschnitte

$$\frac{\sigma_{L,T}}{\sigma_{\text{total}}} := \frac{1}{2} \int_0^1 dx \quad x \cdot F_{L,T}(x)$$

- Relation zur starken Kopplungskonstanten
(folgt aus $\otimes \otimes$)

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_{\text{total}}} = \frac{\alpha_s}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2)$$

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{total}}} = 1 + \mathcal{O}(\alpha_s^2)$$

(stammt aus
Gluonabstrahlung!)
↳ α_s -Bestimmung
möglich

- Relation zum Gesamtwirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_T + \sigma_L = \sigma_0 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right)$$

so gen. Born-Level-
bzw. Tree-Level-
Wirkungsquerschnitt,
d.h.: ohne Beiträge von
Gluonabstrahlung