Explizite Lösung der DGLAP-Gleichung

Es ist tatsächlich möglich explizite analytische Lösungen der Integro-Differenzial-Gleichung

$$\frac{\partial D_i^h(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \sum_{j=q,\bar{q},G} \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{ji}(z,\alpha_s) \cdot D_j^h\left(\frac{x}{z},Q^2\right)$$

zu finden:

- Konfluente hypergeometrische Funktionen

  (das sind Lösungen der DGL: $z \frac{d^2y}{dz^2} - (z-c)\frac{dy}{dz} - ay = 0$)
  führt auf MLLA-(modified LLA)-Lösungen

- Mellin-Transformation

$$\tilde{D}(j,Q^2) = \int_0^1 dx \; x^{j-1} \cdot D(x,Q^2) \qquad j > 0$$

  mit der inversen Transformation

$$D(x,Q^2) = \frac{1}{2\pi i} \int_C dj \; x^{-j} \cdot \tilde{D}(j,Q^2)$$

  (C ist Integrationskontour ist um komplexe Halbebene rechts der imaginären Achse)
  führt zu NLLA-Lösungen

Beiden Ansätzen gemeinsam ist die Fokussierung auf den Bereich kleiner Werte von x! Der große (divergente) Wirkungsquerschnitt bei kleinen x bestimmt dominant den Charakter der Verteilung $D(x,Q^2)$ und weiterer Größen.

Mittlere Multiplizität von Hadronen

Die Mellin-Transformation für $j=1$ hat eine besondere, leicht verständliche Bedeutung:

$$\tilde{D}_i^h(1,Q^2) = \int_0^1 dx \; D_i^h(x,Q^2) \quad =: \langle n_h(Q^2)\rangle_i$$

ist die mittlere Multiplizität der Hadronen h aus Parton i.
Wird dafür die DGLAP-Gleichung gelöst und über alle h und i summiert, so findet man:

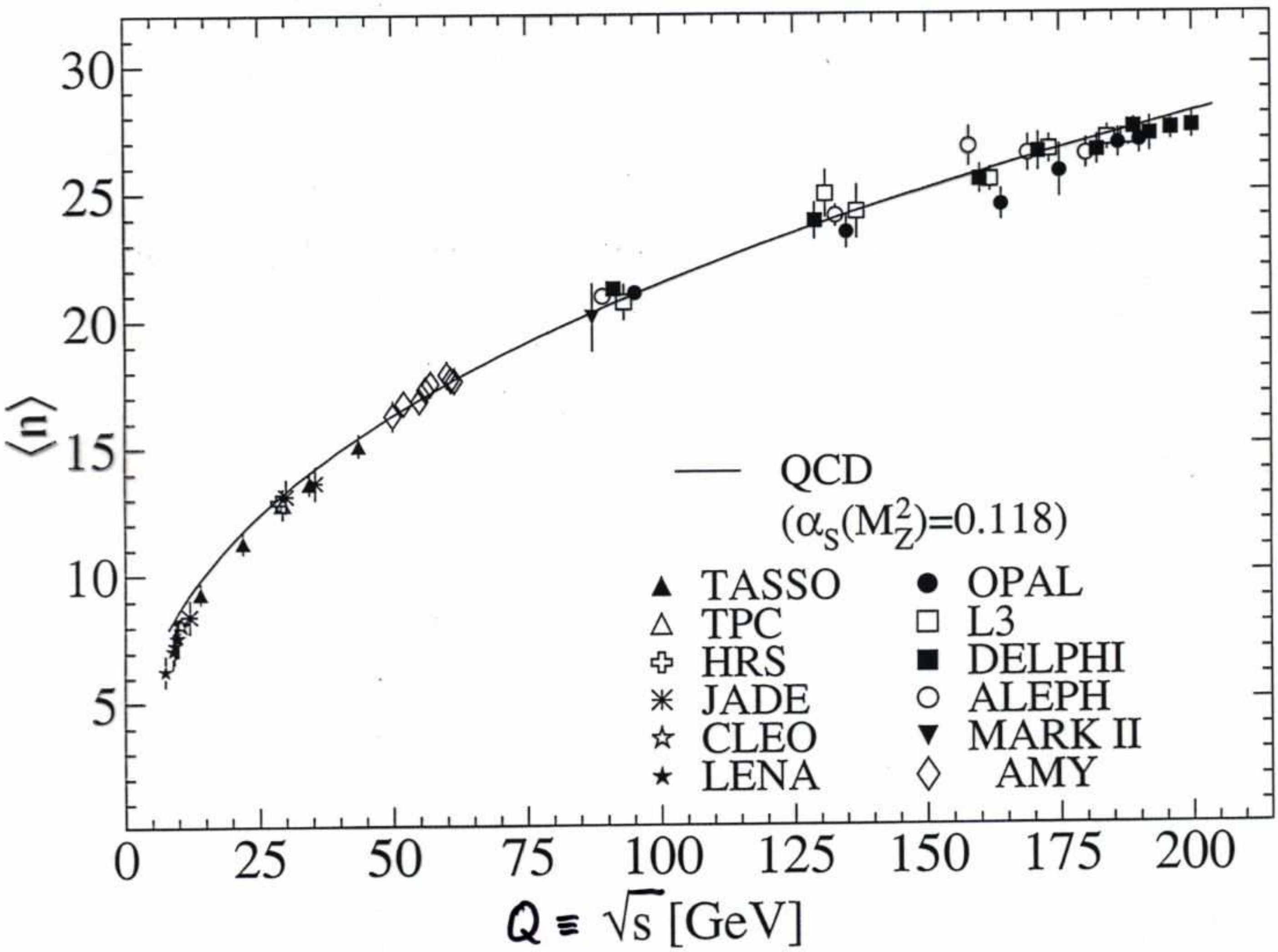
$$\circledast \quad \langle n(Q^2)\rangle \sim \left[\alpha_s(Q^2)\right]^{\frac{1}{4}+\frac{5n_f}{54\pi\beta_0}} \cdot \exp\left[\frac{1}{\beta_0}\sqrt{\frac{6}{\pi\cdot\alpha_s(Q^2)}} + \ldots\right]$$

Streng genommen gilt diese Relation nur für Gluon induzierte Partonschauer. Für Quarks ist mindestens ein Korrekturfaktor $\frac{C_F}{C_A}$ erforderlich.
Die Relation zwischen Partonen und Hadronen findet hier durch die lokale Parton-Hadron-Dualität statt, welche eine einfache Proportionalität zwischen Parton- und Hadron=multiplizität annimmt.

In der Lösung der DGLAP-Gleichung für $\circledast$ muss die Divergenz von $\overset{\text{u.a.}}{\vee}$ $P_{G\to GG}(z) = 2C_A \frac{[1-z(1-z)]^2}{z(1-z)}$ für kleine z, d.h. niedrenerget. Gluonabstrahlung behandelt werden. Solche nieder=energet. Gluonabstrahlung ist aufgrund von Farbkohärenz unterdrückt.

Mittlere Multiplizität von Hadronen

... kann am leichtesten für geladene Hadronen experimentell bestimmt werden (einfaches Abzählen von Spuren der geladenen Teilchen in den Spurdetektoren):



⇒ sehr langsames Ansteigen der mittleren Multiplizität von (geladenen) Hadronen mit der Schwerpunktsenergie der e^+e^--Kollision (knapp ein Faktor 5 in $\langle n \rangle$ zwischen $Q = 10$ GeV und $Q = 200$ GeV)

Farbkohärenz

In Ausnutzung der Analogie zw. QED & QCD sei betrachtet

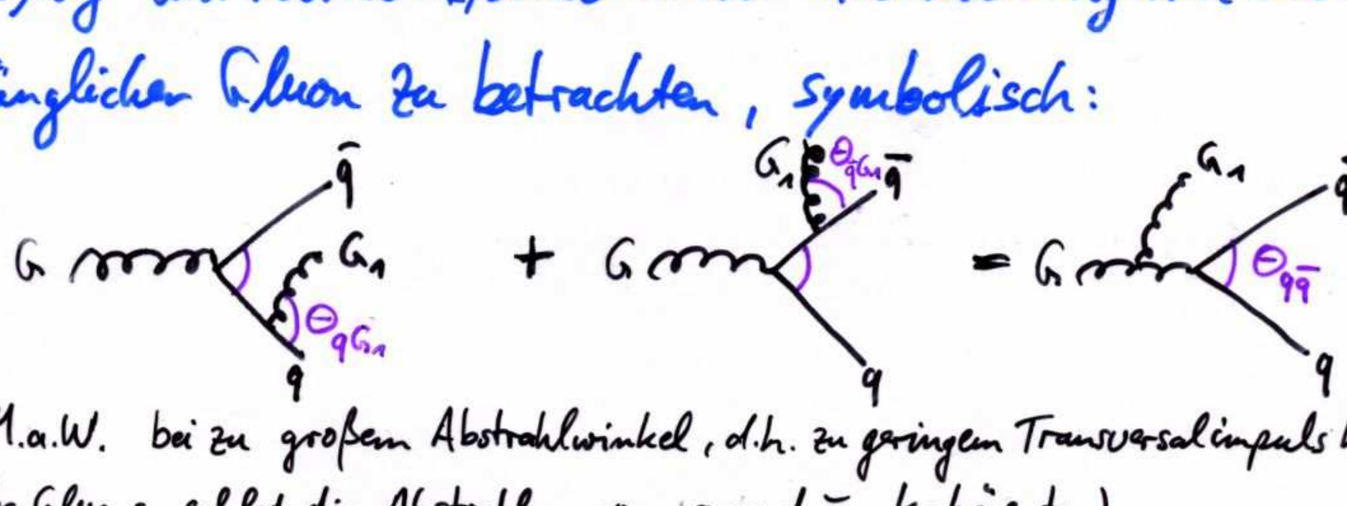
Das Photon γ mit 4-Impuls k kann zwischen e^- und e^+ nur dann auflösen, wenn seine Wellenlänge kürzer als der Abstand von e^+ und e^- ist. Ein konkrete Rechnung (hier aus Zeitgründen nicht vorgeführt) ergibt die Bedingungen:

$$\theta_{e^-\gamma} \leq \theta_{e^+e^-} \quad \text{und} \quad \theta_{e^+\gamma} \leq \theta_{e^+e^-}$$

dafür, dass e^- und e^+ unabhängig voneinander Photonen abstrahlen können. (Für $\theta_{e^-\gamma} > \theta_{e^+e^-}$ und $\theta_{e^+\gamma} > \theta_{e^+e^-}$ kann das Photon nicht mehr zw. e^+ und e^- unterscheiden, sieht also nur den Gesamtzustand aus e^+ und e^-, der elektr. neutral ist. Dies bedeutet, Photonen mit $\theta_{e^-\gamma} > \theta_{e^+e^-}$ und $\theta_{e^+\gamma} > \theta_{e^+e^-}$ können nicht abgestrahlt werden; Der sog. Chudakov-Effekt 1955)

Farbkohärenz

Ein vergleichbares Bild gilt auch bei QCD-Abstrahlung bis auf die Tatsache, dass auch das Gluon ein Farbladungsträger ist. In diesem Sinne ist die Abstrahlung eines Gluons von einem $q\bar q$-Paar im Fall $\Theta_{qG_1} > \Theta_{q\bar q}$ und $\Theta_{\bar q G} > \Theta_{q\bar q}$ nicht völlig unterdrückt, sondern als Abstrahlung vom anfänglichen Gluon zu betrachten, symbolisch:



(M.a.W. bei zu großem Abstrahlwinkel, d.h. zu geringem Transversalimpuls $k_\perp$ des Gluons erfolgt die Abstrahlung von q und $\bar q$ kohärent.)

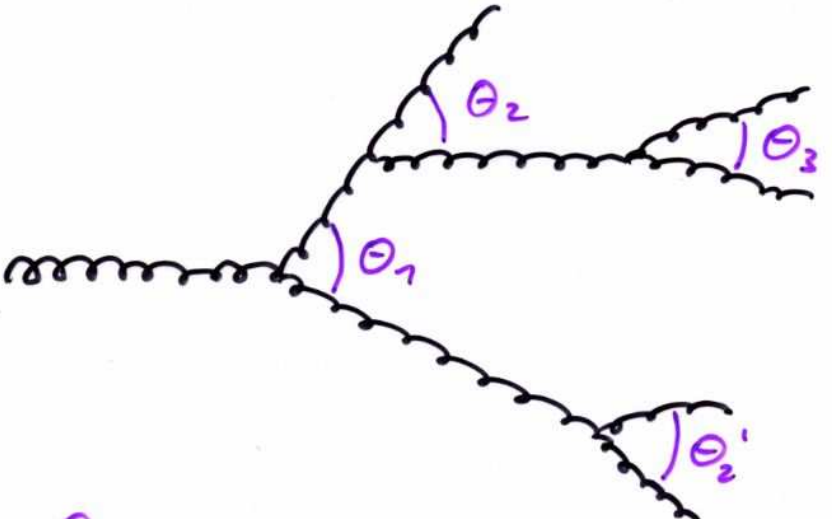
Somit sind in dieser vereinfachten Betrachtung unabhängige Gluon-G_1-Abstrahlung nur wie folgt möglich:

- von $\bar q$: wenn $\Theta_{\bar q G_1} < \Theta_{q\bar q}$
- von q : wenn $\Theta_{qG_1} < \Theta_{q\bar q}$
- von G ; wenn $\Theta_{GG_1} \geq \Theta_{q\bar q}$

Tatsächlich gilt diese Überlegung auch für aufeinander folgende Gluonabstrahlung, sodass es eine Winkelordnung der Abstrahlung gibt.

Winkelordnung der Gluonabstrahlung

Die Kohärenz der Abstrahlung führt zu einer Beschränkung der Zahl niederenergetischer Gluonen, da diese die einzelnen Farbladungsquellen im Partonschauer nicht mehr auflösen können. Somit stehen solchen Gluonen keine zusätzlichen Abstrahlquellen zur Verfügung. In diesem Sinne sagt man, dass die Abstrahlung niederenerget. Gluonen unter großen Winkeln durch Farbkohärenz unterdrückt ist. In Konsequenz für die Beschreibung einer Partonschauerentwicklung durch eine Sequenz unabhängiger Parton-Splittings bedeutet Kohärenz eine Winkelordnung aufeinander folgender Abstrahlungen — die Abstrahlwinkel von Abstrahlung zu Abstrahlung müssen abnehmen:



$$\Theta_1 > \Theta_2 > \Theta_3 \;\dots$$
$$\Theta_1 > \Theta_2' \dots$$

Fragmentation im Bereich kleiner x

Das Verhalten von $\tilde{D}(j, Q^2)$ nahe bei $j=1$ bestimmt die Form der Fragmentationsfkt. für kleine Werte von x (durch die inverse Mellin-Transformation). In einer niedrigen Ordnung der Störungsentwicklung ergibt sich auf diesem Weg als approximative Lösung in der Variablen $\xi := \ln(1/x)$

(i) $$x \cdot D(x, Q^2) \sim \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \cdot (\xi - \xi_p)^2\right]$$

wobei die Position des Maximums durch

(ii) $$\xi_p = \frac{1}{4\beta_0 \alpha_s(Q^2)} \simeq \frac{1}{2} \ln \frac{Q}{\Lambda}$$

und die Breite der Gauß-Kurve durch

(iii) $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{24\beta_0} \sqrt{\frac{2\pi}{C_A \cdot \alpha_s^3(Q^2)}}} \sim \left[\ln \frac{Q}{\Lambda}\right]^{3/4}$$

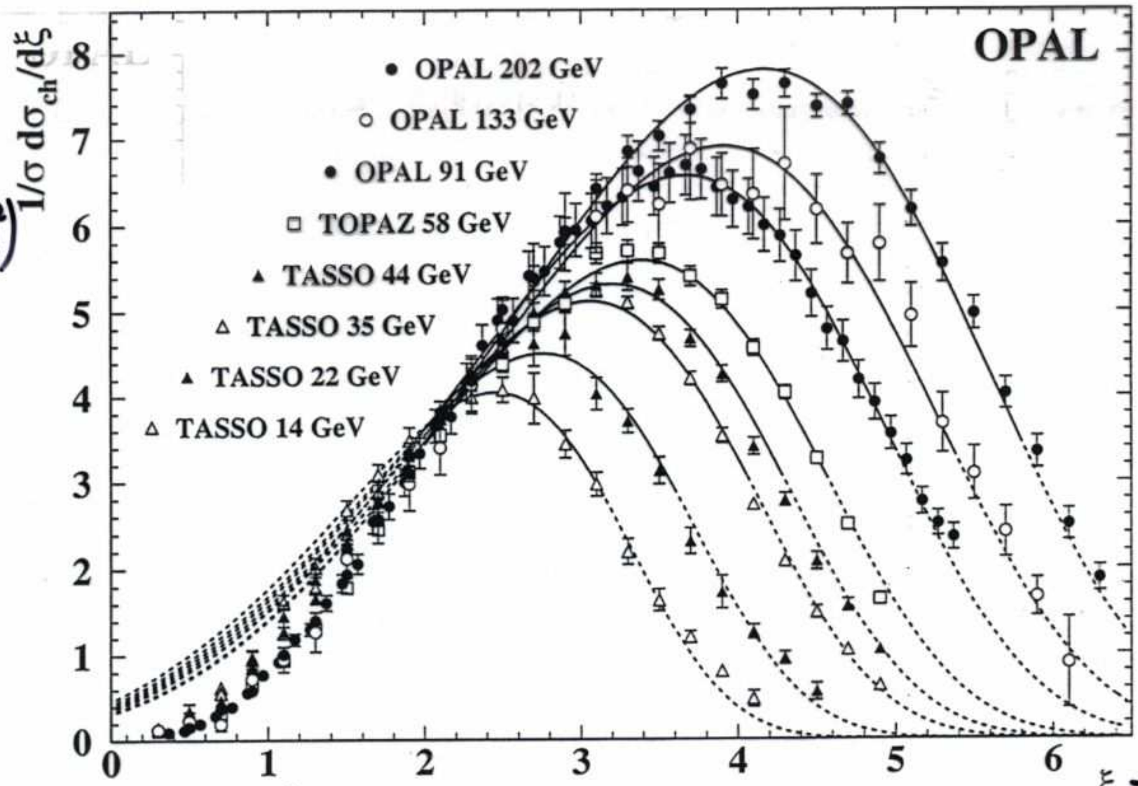
gegeben ist. Korrekturen höherer Ordnung sind für (i)-(iii) in MLLA und NLLA bekannt und berechnet.

Die Energieabhängigkeit in (ii) ist schlagender Ausdruck der besonderen Eigenschaft von Multigluon-Abstrahlung: **Farbkohärenz** niederenergetischer Gluonen.

(Ohne Kohärenz nur kinematische Effekte durch endliche Hadronmasse m : $x \simeq \frac{m}{Q/2}$
$\Rightarrow \xi_p \sim \ln Q$)

Fragmentation im Bereich kleiner x

$x \cdot D(x, Q^2)$

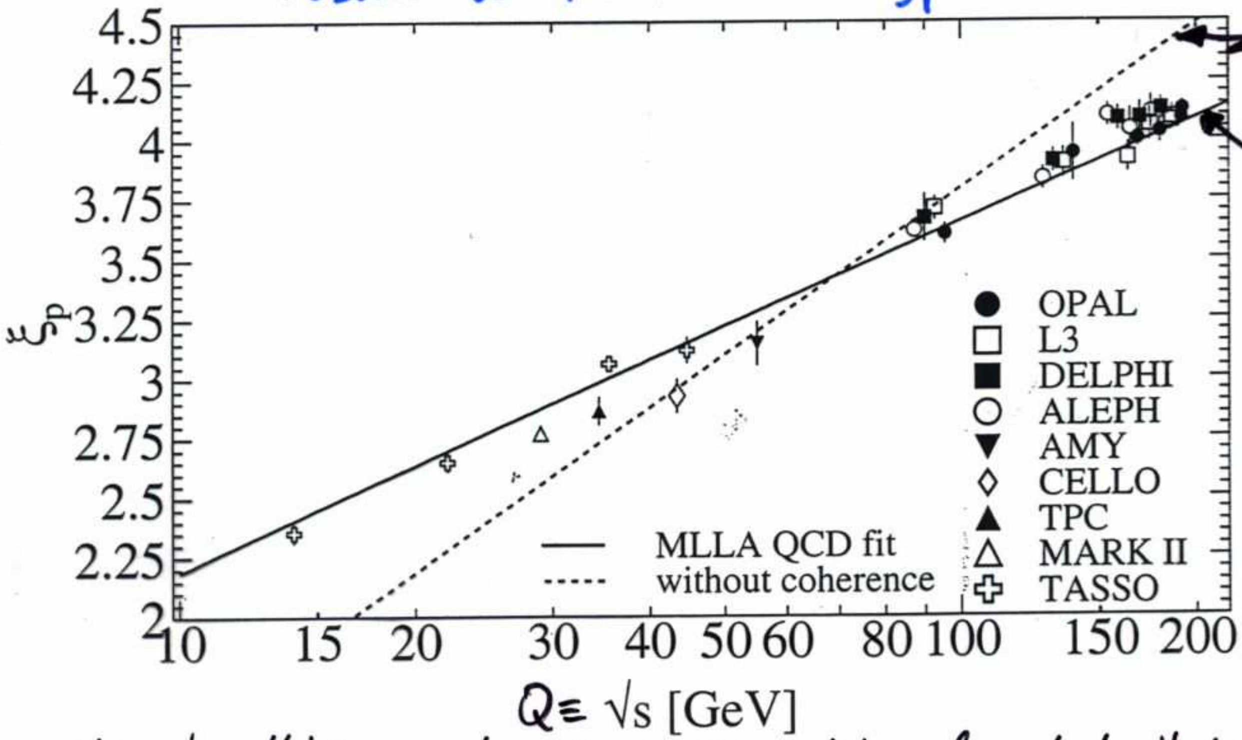


$\xi \equiv \ln(1/x)$

← große x kleine x →

Figure 6: ξ spectra measured in the range $\sqrt{s} = 14 - 202$ GeV, compared to the Fong and Webber [30] predictions (Equation (2) in this paper), fitted to the data. The full lines indicate the region of the fit. For clarity, not all OPAL data included in the fit are shown in the figure. The error bars on the data represent the combined statistical and systematic uncertainties.

Position des Maximums ξ_p



$\sim \ln Q$

$\sim \frac{1}{2} \cdot \ln Q$

$Q \equiv \sqrt{s}$ [GeV]

Max. position ohne Kohärenz gegeben durch Kinematik aufgrund der Hadronmasse m:

$x \sim \frac{m}{Q/2} \quad \leadsto \quad \xi = \ln 1/x \sim \ln \frac{Q}{2m} \sim \ln Q$

Fragmentationsfunktionen, Evolutionsgleichung

Selbst wenn perturbative QCD Fragmentationsfkt.en nicht explizit berechnen kann, so sind doch viele Aussagen über diese Funktionen möglich:

- Skalenverletzung, da DGLAP-Evolutionsgleichung explizit von α_s abhängt.

Die Dominanz der Teilchenerzeugung mit kleinen skalierten Energien x (Grund: Infrarot-Divergenz des Wirkungsquerschnitts) gestattet näherungsweise Aussagen über Fragmentationsfkt.en:

- mittlere Multiplizität $\langle n(Q^2)\rangle$ wächst nur sehr langsam mit Q^2 (naive Erwartung wäre z.B. $\langle n\rangle \sim \frac{Q}{m}$)
- Fragmentationsfunktion in $\xi = \ln\frac{1}{x}$ ungefähr gaussförmig
- Maximum der Fragmentationsfkt. verschiebt sich $\sim \frac{1}{2}\ln Q$

Bei diesen Punkten spielt die Farbkohärenz der Gluonabstrahlung eine wichtige Rolle.

Außerdem gibt es weitere, hier nicht dargestellte Aussagen über die Fragmentationsfkt.en für schwere Quarks wie c oder b. plus phänomenolog. Konsequenzen der Winkelordnung (z.B. auf Jets)

Farbkohärenz und schwere Quarks

Eine Auswirkung endlicher Quarkmassen ist der Dead Cone-Effekt

$$\frac{1}{\sigma_0}\frac{d^2\sigma}{dx_G\, d\Theta^2} \simeq C_F \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{\Theta^2}{(\Theta^2 + 4m_Q^2/s)^2}$$

der zur Unterdrückung von Gluonabstrahlung mit Winkel $\Theta_{QG} \leq \Theta_0 \equiv \sqrt{\frac{4m_Q^2}{s}} \simeq \frac{m_Q}{E_Q}$ führt. Auch im Falle massiver Quarks wirkt Farbkohärenz bei der Gluon=abstrahlung:

- $\Theta_{QG_1} \gg \Theta_0$: analog wie für masselose Quarks
- $\Theta_{QG_1} \lesssim \Theta_0$: Öffnungswinkel des Konus um G ist auf den Wert Θ_0 fixiert, wenn $\Theta_{QG} \to 0$. Kohärenz sollte nun die Abstrahlung eines weiteren Gluons mit $\Theta_{QG_2} > \Theta_0$ verhindern (≙ Winkelordnung). Dies ist jedoch durch den Dead Cone-Effekt aufgehoben, die Kohärenz von Q und G_1 ist gelöscht, sodass G_1 als unabhängige Abstrahlquelle weiterer Gluonen auftritt ⇝ Winkelordnung "aufgehoben" für $\frac{\Theta_{QG_1}^2 + \Theta_0^2}{\Theta_{G_1G_2}^2} > 1$

Farbkohärenz und schwere Quarks

Dieser Effekt von Dead Cone und Farbkohärenz kann anhand der Multiplizitätsdifferenz zwischen Reaktionen von schweren Quarks und leichten Quarks festgestellt werden. Die Vorhersage der MLLA - Rechnung ist ($e \approx 2.71828...$):

$$N_{Q\bar{Q}}(\sqrt{s}^2) = N_{q\bar{q}}(\sqrt{s}^2) - N_{q\bar{q}}(\sqrt{e} \cdot M_Q) \cdot \left(1 + \mathcal{O}(\alpha_s(M_Q))\right)$$

für die Teilchen, die neben dem schweren Quark Q entstehen. Hinzurechnen muss man noch die Multiplizität aus dem Zerfall des schweren Quarks $\langle n_Q^{decay} \rangle$, um die gesamte Multiplizität zu erhalten:

$$\langle n_{e^+e^- \to Q\bar{Q}} \rangle \equiv N_{e^+e^- \to Q\bar{Q}}(\sqrt{s}^2) = N_{Q\bar{Q}}(\sqrt{s}^2) + 2\langle n_Q^{decay} \rangle$$

Die Multiplizitätsdifferenz

$$\delta_{Qq} \equiv \langle n_{e^+e^- \to Q\bar{Q}}(\sqrt{s}^2) \rangle - \langle n_{e^+e^- \to q\bar{q}}(\sqrt{s}^2) \rangle = 2\langle n_Q^{decay} \rangle - N_{q\bar{q}}(\sqrt{e} \cdot M_Q)$$
$$= \text{const.}(\sqrt{s})$$

ist unabhängig von der Prozessenergieskala $\sqrt{s}$ ($\hat{=}$ Schwerpunktsenergie in $e^+e^- \to q\bar{q}$)!

Farbkohärenz und schwere Quarks

Naive Erwartung für Multiplizitätsdifferenz zwischen $e^+e^- \to Q\bar{Q}$ und $e^+e^- \to q\bar{q}$ $(q = u, d, s)$:

- Erzeugung eines Quarks Q mit Energie x_Q reduziert die für die Erzeugung weiterer Teilchen verfügbare Energie um $\sqrt{1-x_Q}$; dito für Antiquark $\bar{Q}$: $\sqrt{1-x_{\bar{Q}}}$
- Schweres Quark Q und Antiquark $\bar{Q}$ haben ein Energiespektrum, welches durch eine (Fragmentations-)Funktion $f(x_Q)$ bzw. $f(x_{\bar{Q}})$ gegeben ist

$$\Rightarrow \langle n^{naiv}_{e^+e^-\to Q\bar{Q}}(\sqrt{s}^2)\rangle = 2\cdot\langle n_Q^{decay}\rangle + \iint dx_Q\, dx_{\bar{Q}}\; N\left((1-x_Q)\cdot(1-x_{\bar{Q}})\cdot\sqrt{s}^2\right)\cdot f(x_Q)\cdot f(x_{\bar{Q}})$$

Die Multiplizitätsdifferenz δ_{Qq} beträgt also $\left(\langle n_{e^+e^-\to q\bar{q}}(\sqrt{s}^2)\rangle \equiv N(\sqrt{s}^2)\right)$:

$$\delta^{naiv}_{Qq} := \langle n^{naiv}_{e^+e^-\to Q\bar{Q}}(\sqrt{s}^2)\rangle - \langle n_{e^+e^-\to q\bar{q}}(\sqrt{s}^2)\rangle$$

$$= \text{Funktion}(\sqrt{s})$$

und sinkt mit wachsendem $\sqrt{s}$, da die endliche Quarkmasse m_Q bei $\sqrt{s}\to\infty$ eine immer geringere Rolle spielt (im Grenzwert $\sqrt{s}\to\infty$ spielen endliche Quarkmassen keine Rolle mehr).

Farbkohärenz und schwere Quarks

Multiplizitätsdifferenz in Reaktionen von $e^+e^- \to b\bar{b}$ und $e^+e^- \to q\bar{q}$ $(q = u, d, s)$ als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ ist $\approx$ const.!

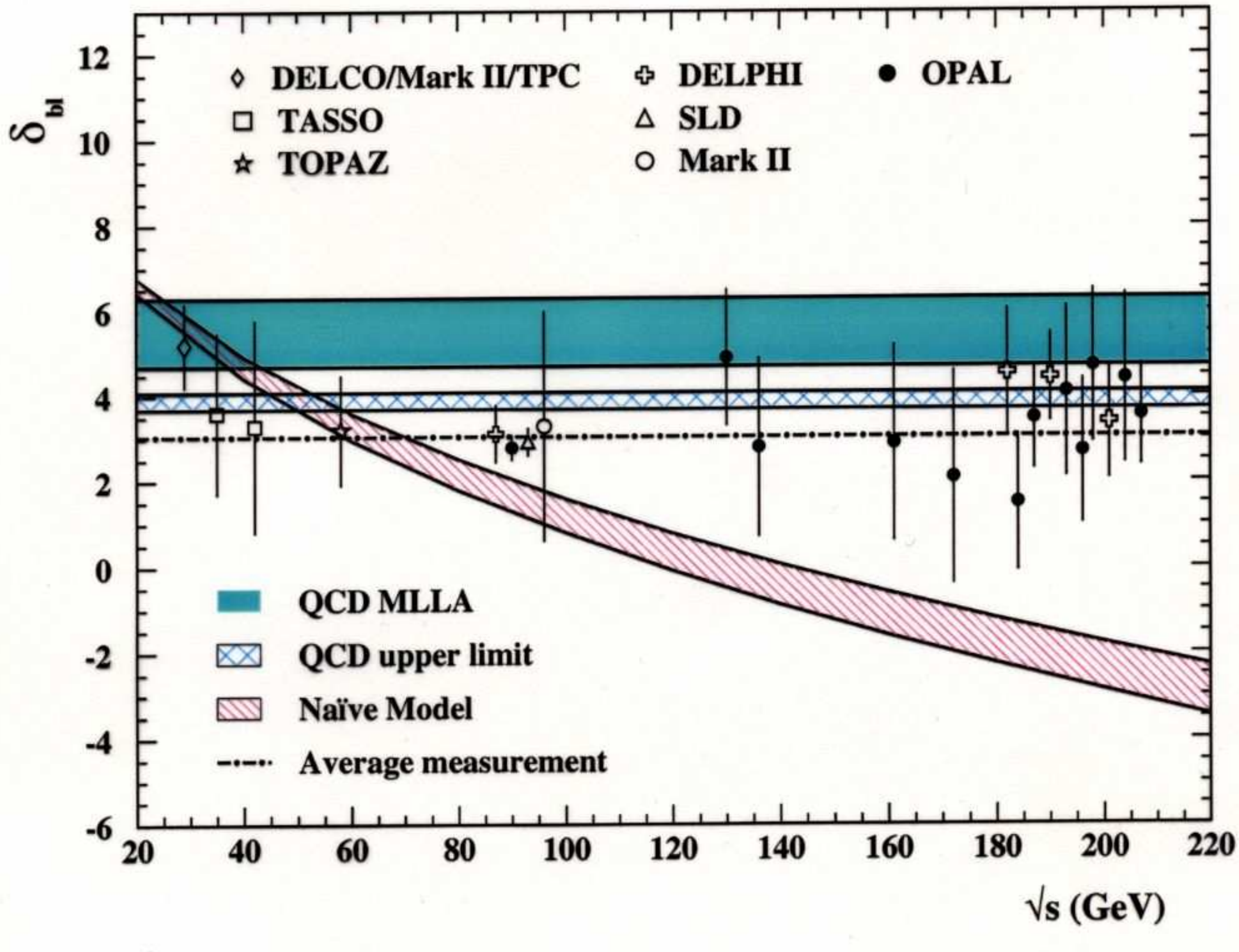


Figure 5: The difference in mean charged particle multiplicity between $b\bar{b}$ and $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$ events, δ_{bl}, as a function of centre-of-mass energy. The data points show the experimental measurements and the total error, and those around $\sqrt{s} = 91$, 183, 189 and 200 GeV have been separated horizontally for clarity. The original MLLA prediction [1] is shown as a shaded area to include the errors of experimental origin on this prediction, not including missing higher order corrections. The cross-hatched area corresponds to the QCD upper limits as calculated in [2]. The single hatched area represents the naïve model prediction [5,6], while the dash-dotted line is the combined result from all the measurements, as discussed in section 6.

String-/Drag-Effekt

Bisher wurden Effekte der Farbkohärenz betrachtet, die i.w. innerhalb eines Jets auftreten: Intrajet-Effekte. Tatsächlich gibt es weitere Effekte, die sogar zwischen Jets wirksam werden, so genannte Interjet-Effekte.

Beide Arten von Effekte können mittels der MLLA-(modified leading logarithmic approximation)-Näherung auch quantitativ berechnet werden. Im Kern handelt es sich bei der MLLA-Näherung um eine Näherung in den führenden Logarithmen. Darüber hinaus wird angenommen, dass langreichweitige QCD-Effekte vernachlässigbar sind.

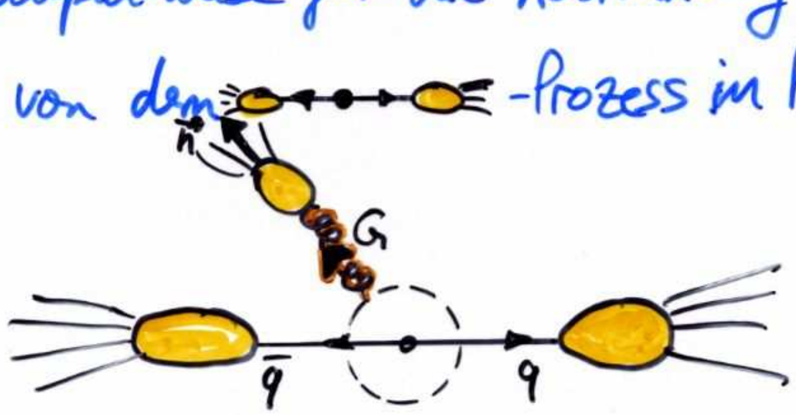
Zum Beispiel:

Hadronisierung von q und $\bar{q}$ in findet im Wesentlichen unabhängig voneinander statt; Es gibt keine signifikante Wechselwirkung zwischen den beiden

String-/Drag-Effekt

Mit dieser Modifikation der LLA (d.h. Vernachlässigung langreichweitiger QCD-Effekte) kann die Beschreibung der Entwicklung von Partonschauern bzw. -kaskaden auf ein probabilistisches Bild zurückgeführt werden (vergleichbar dem, das bei den Monte-Carlo-Programmen benutzt wird).

So gilt beispielsweise für die Abstrahlung eines niederenerget. Gluons von dem  -Prozess in Richtung $\vec{n}$:



im MLLA die Verteilung des Teilchenflusses (vereinfacht):

$$\circledast \quad \frac{8\pi \, dN_{q\bar{q}}}{d\Omega_{\vec{n}}} \sim \# \frac{dN_q(E_q)}{d\ln E_q} + \# \frac{dN_q(E_{\bar{q}})}{d\ln E_{\bar{q}}}$$

($d\Omega_{\vec{n}}$ ist ein Raumwinkelelement in Richtung $\vec{n}$).

Die Multiplizitäten N_q folgen aus den (Parton-)Fragmentationsfunktionen (wiederum symbolisch):

$$N_q(E_q) = \sum_{B=q,G} \int_0^1 dz \; z \cdot D_q^B(z, \sqrt{s}^2) \cdot N_B(z \cdot E_q)$$

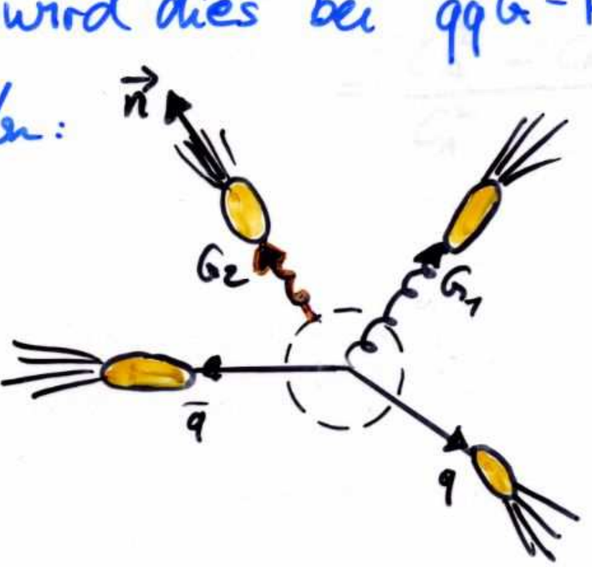
String-/Drag-Effekt

Die Gleichung ⊛ kann auch symbolisch so geschrieben werden:

$$8\pi \frac{dN_{q\bar{q}}}{d\Omega_{\vec{n}}} \sim \widehat{(q\bar{q})} \cdot \frac{dN_q(E)}{d\ln E}$$

Dabei ist $\widehat{(q\bar{q})}$ die "Antenne", welche die Gluonabstrahlung zwischen den Jets q und $\bar{q}$ erzeugt!

Interessant wird dies bei $q\bar{q}G$-Reaktionen, also 3-Jet-Endzuständen:

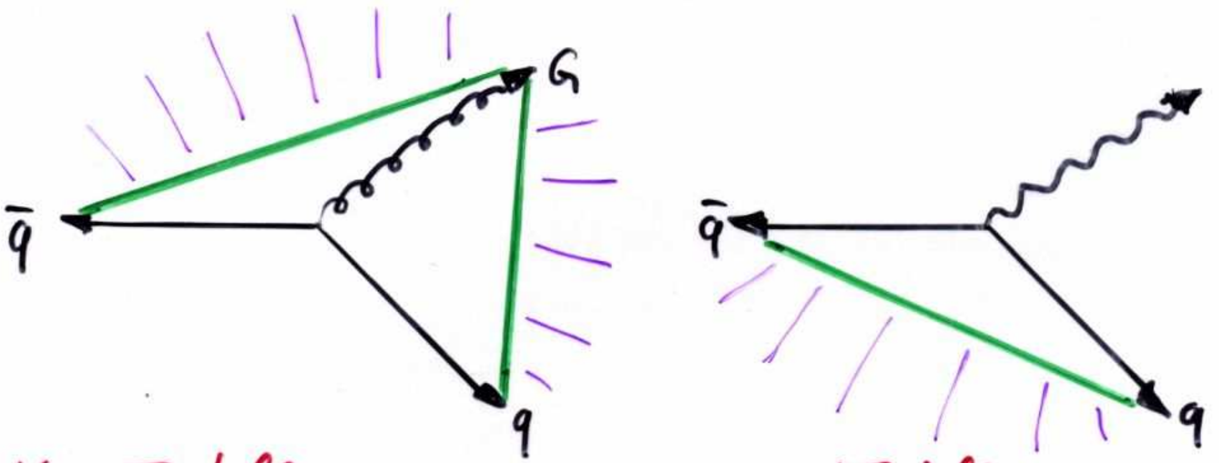


Dort gilt:

$$8\pi \frac{dN_{q\bar{q}G}}{d\Omega_{\vec{n}}} \sim \# \frac{dN_q(E_q)}{d\ln E_q} + \# \frac{dN_q(E_{\bar{q}})}{d\ln E_{\bar{q}}} + \frac{dN_G(E_{G_1})}{d\ln E_{G_1}} + \underbrace{+ \# \left[\widehat{(qG_1)} + \widehat{(\bar{q}G_1)} - \left(1 - \frac{2C_F}{C_A}\right) \widehat{(q\bar{q})} \right] \frac{dN_G(E)}{d\ln E}}_{\text{Interferenz zwischen } q, \bar{q} \text{ und } G\text{-Jets}}$$

String-/Drag-Effekt

Betrachte zur Veranschaulichung des Drag-Effektes den Farbfluss-String in $q\bar{q}G$ und $q\bar{q}\gamma$:



Kein Farbfluss zwischen q und $\bar{q}$!

Farbfluss zwischen q und $\bar{q}$!

⤳ Gluon G hat Farbfluss-String "weggezogen" (drag)

- Konsequenz aus String-/Drag-Effekt:
  reduzierter Teilchen-(Hadron)-Fluss in Region zwischen q und $\bar{q}$ bei $q\bar{q}G$-Endzuständen im Vergleich zu $q\bar{q}\gamma$-Endzuständen
- experimentell beobachtbar!

String-/Drag-Effekt

Um den Drag-Effekt (bzw. String-Effekt, vermutl. in Anlehnung an den String-Mechanismus der Hadronisierungsmodelle) zu sehen, werden $q\bar{q}G$- mit $q\bar{q}\gamma$-Endzustände mit identischer Konfiguration miteinander verglichen, also zum Beispiel

Die Differenz der Teilchenflüsse folgt aus MLLA-Rechnungen:

$$\left(8\pi \frac{dN}{d\Omega_{\vec{n}}}\right)_G = 8\pi \frac{dN_{q\bar{q}G}}{d\Omega_{\vec{n}}} - 8\pi \frac{dN_{q\bar{q}\gamma}}{d\Omega_{\vec{n}}}$$

$$\Rightarrow \left(8\pi \frac{dN}{d\Omega_{\vec{n}}}\right)_G = \left[\left(\widehat{\bar{q}G}\right) + \left(\widehat{qG}\right) \underbrace{- \frac{1}{C_A^2}\left(\widehat{q\bar{q}}\right)}\right] \cdot \frac{dN_G(E)}{d\ln E}$$

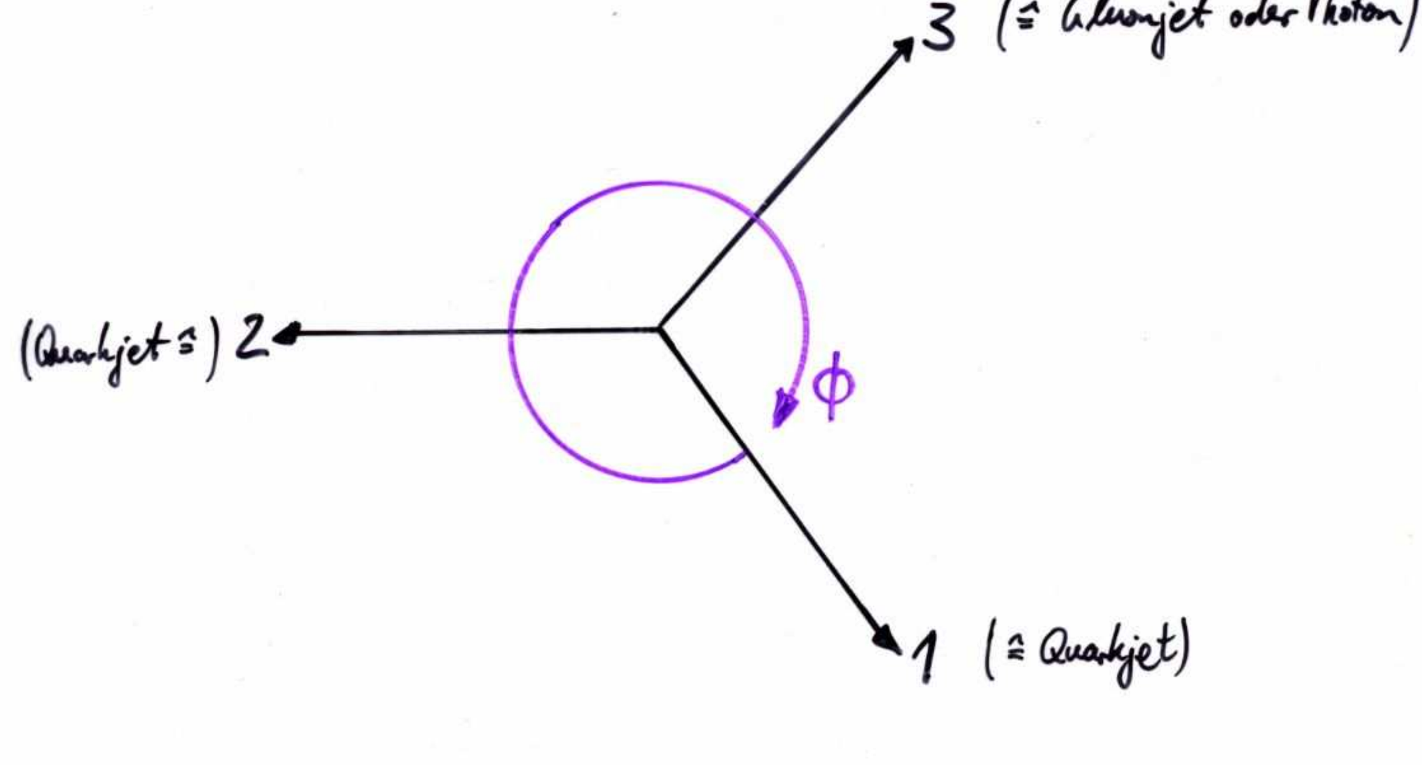
$\hat{=}$ destruktiver Interferenz in Region zwischen q und $\bar{q}$!

Destruktive Interferenz entspricht dem Drag-Effekt

String-/Drag-Effekt

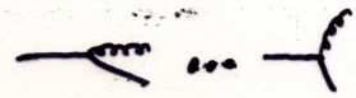
Experimentelle Beobachtung:

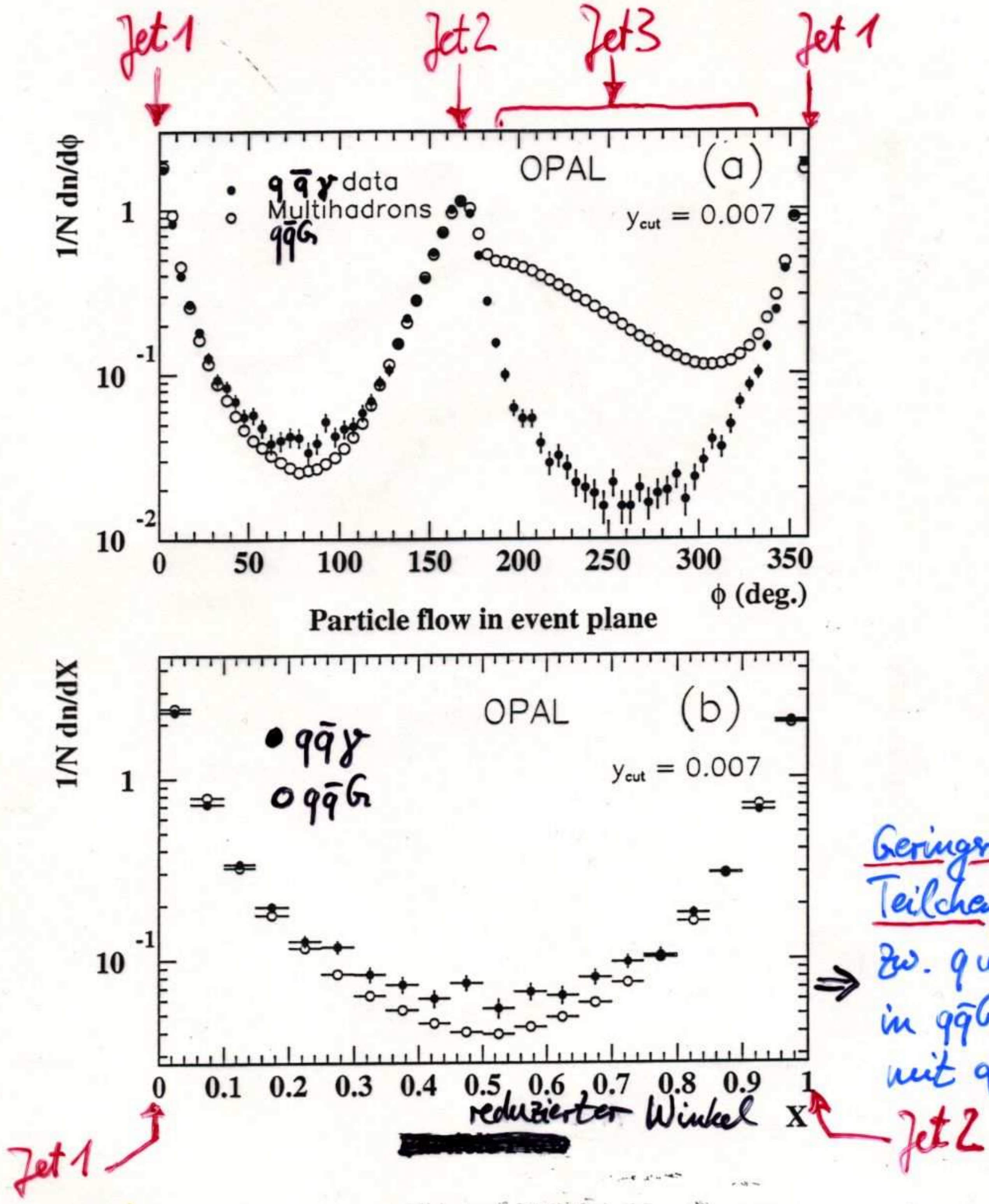
- wähle 3-Jet-Endzustände $q\bar{q}G$ und
- wähle 2-Jet + Photon-Endzustände $q\bar{q}\gamma$
- Energieordnung der 3 Jets $E_1 > E_2 > E_3$
  ⇝ Jets 1&2 sind Quarkjets, Jet 3 ein Gluonjet mit hoher Wahrscheinlichkeit
- zähle Teilchen vs. Azimutwinkel in $q\bar{q}G$- bzw $q\bar{q}\gamma$-Ebene beginnend beim höchstenerget. Jet 1



String-/Drag-Effekt

Teilchenfluss vs. ϕ





⇒ Geringer Teilchenfluss zw. q und q̄ in q q̄ G vgl. mit q q̄ γ!

Figure 1: (a) Charged particle flow in the event plane for two-jet radiative events, and three-jet multihadronic events. Error bars for the $q\bar{q}g$ sample are smaller than the dots. (b) Charged particle flow with respect to the reduced angle X.

String-/Drag-Effekt

Quantitative Beschreibung durch MLLA-Rechnung
(ab initio, d.h. nur ein Normierungsfaktor wurde von Hand eingesetzt!)

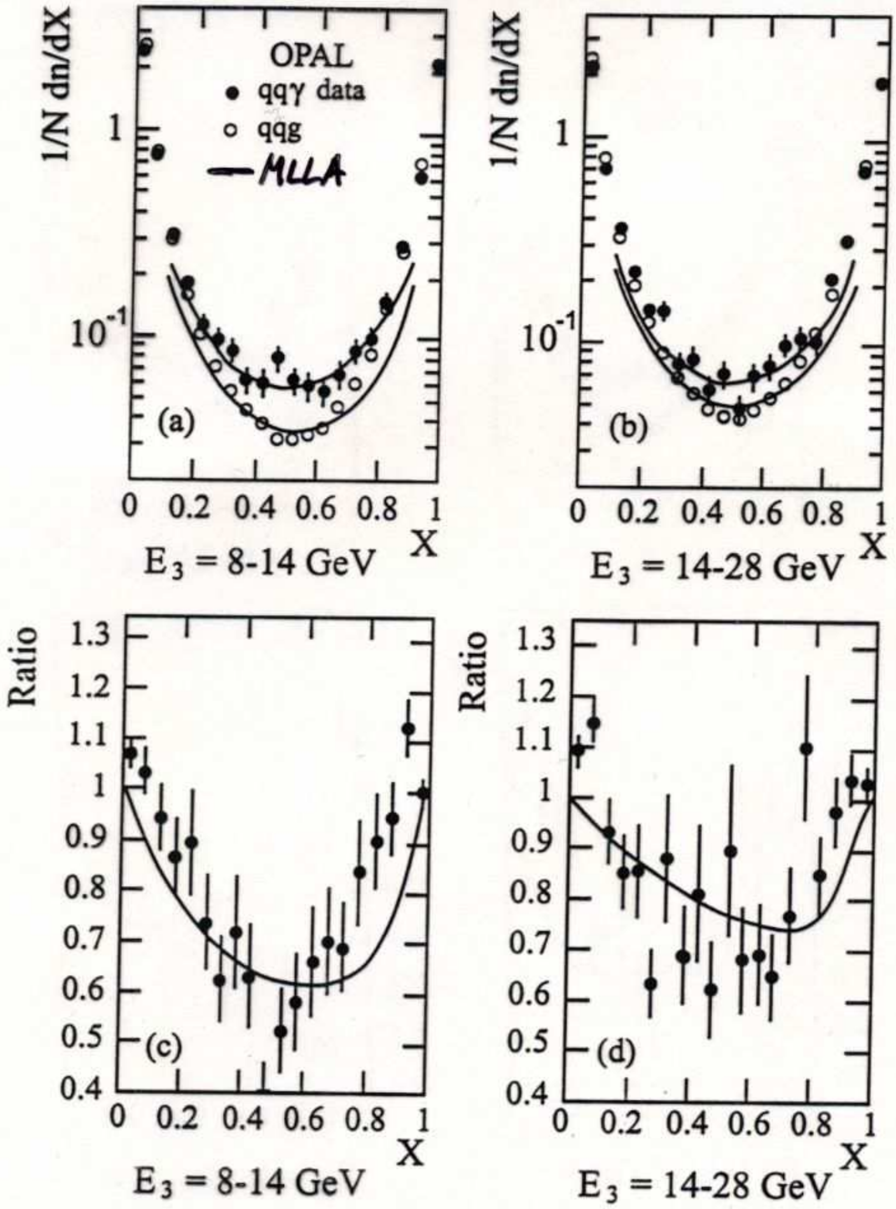


Figure 3: Charged particle flow in between the two quark jets of the $q\bar{q}g$ and $q\bar{q}\gamma$ final states, as measured by OPAL [10], for two samples of energies E_3 of the lowest momentum jet together with the corresponding ratios. The curves represent the lowest order QCD bremsstrahlung formulae for two intervals of the lowest energy E_3 of the jets; the overall normalization has been adjusted; in addition, the curves in b) are increased by 15% (see text). In our calculations we use for the first interval $E_3 = 10$ GeV, $\Theta_{+-} = 165°$, $\Theta_{1-} = 67°$ and $\Theta_{1+} = 128°$, and for the second one $E_3 = 20$ GeV, $\Theta_{+-} = 165°$, $\Theta_{1-} = 35°$ and $\Theta_{1+} = 160°$.

$\Rightarrow$ Sehr gute Übereinstimmung der MLLA-Rechnungen mit den gemessenen Daten! String-/Drag-Effekt existiert.

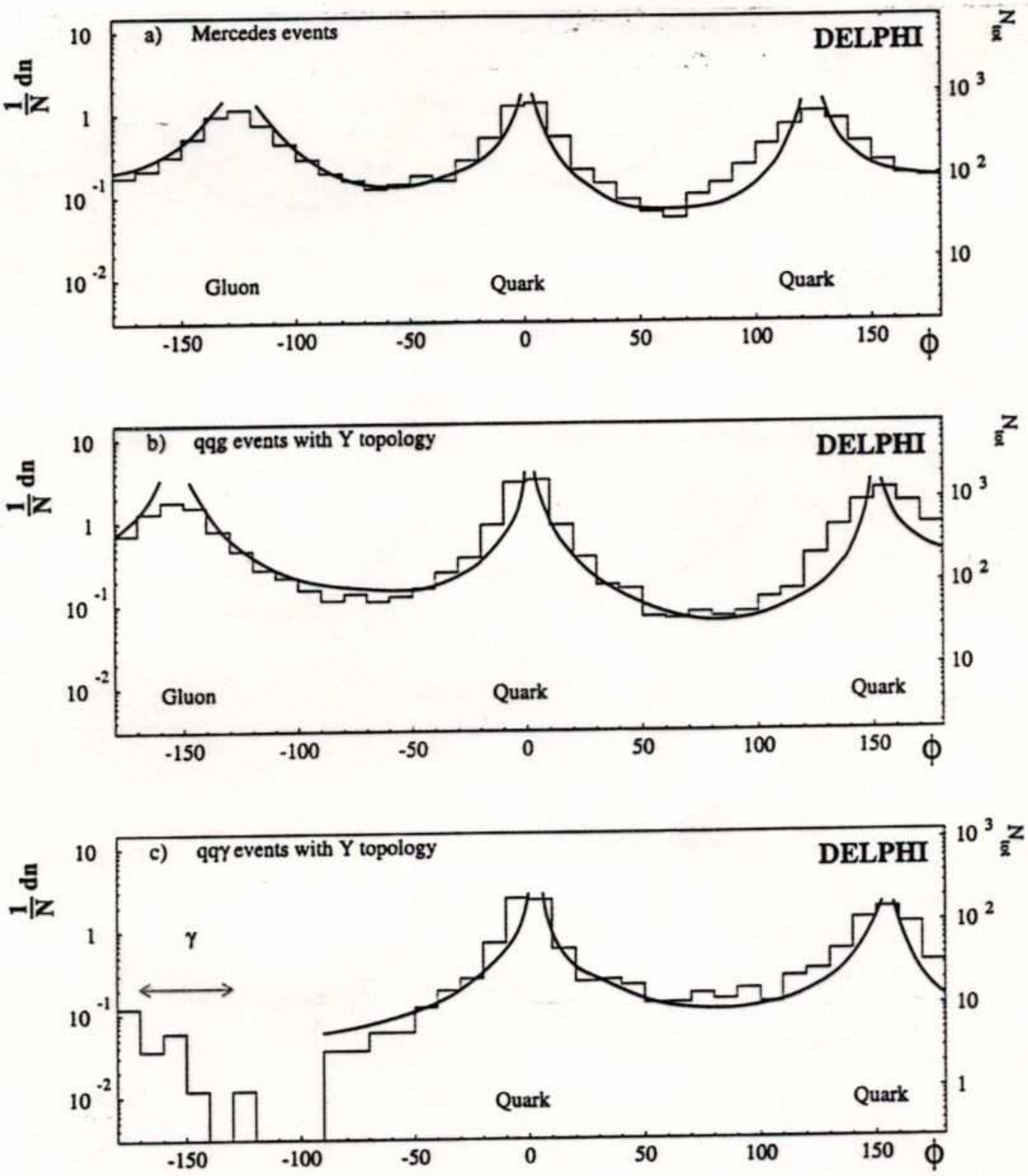
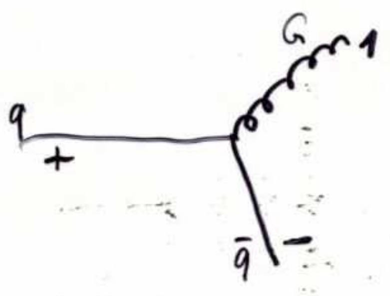


Figure 2: Charged particle flow within various multi-jet configurations as measured by DELPHI [9] (a) "Mercedes" $q\bar{q}g$ events, (b) "Y-symmetric" $q\bar{q}g$ events and c) $q\bar{q}\gamma$ events, in comparison with analytical QCD predictions; the curves correspond to the lowest order QCD soft bremsstrahlung formulae. The relative angles between the jets are taken in a) as $\Theta_{1+} = 125°$, $\Theta_{+-} = 122.5°$ and $\Theta_{1-} = 112.5°$; in b) and c) as $\Theta_{+-} = \Theta_{1+} = 150°$.



Fazit zu Farbkohärenz & MLLA

- Kohärenzeffekte bei Gluonabstrahlung existieren
- — " — haben charakteristische Effekte auf
  - ▷ mittlere Multiplizität
  - ▷ Form der Fragmentationsfkt.
  - ▷ Energieabhängigkeit des Maximums der Fragmentationsfkt.
  - ▷ Multiplizitätsdifferenz zw. schweren & leichten Quarks
  - ▷ Teilchenfluss zwischen Jets
  - ▷ ...
- MLLA-Ansatz gestattet viele quantitative Vorhersagen, wenn die berechneten Effekte für die Partonen (= Quarks & Gluonen) mittels der lokalen Parton-Hadron-Dualität LPHD auf die experimentell messbaren Hadronen übertragen werden.
- DGLAP-Evolutionsgleichung ist dafür der Kern aller Berechnungen sowie die approximativen Lösungen der DGLAP-Gleichung.