

A: Detektoren für Teilchenstrahlung

(Prof. Dr. O. Biebel)

geplante Themen der Vorlesung:

1. Einleitung, Motivation

- (a) Quellen: Radioaktivität, Beschleuniger, kosmische (solare, galaktische, extragalaktische) Quellen von Teilchenstrahlung
- (b) Aufgaben: Nachweis von Strahlung, Dosismessung, Orts-, Zeit-, Energie- und Impulsmessung, Teilchenidentifikation
- (c) Methoden: Teilchenphysik, Elektrodynamik, Optik, Atomphysik, Festkörper- und Halbleiterphysik, Transporttheorie, analoge und digitale Elektronik, anorganische und organische Chemie
- (d) Einsatzgebiete: Medizin, Werkstoffkunde, Geophysik, Teilchenphysik, ...

2. Wechselwirkung zwischen Teilchen und Materie:

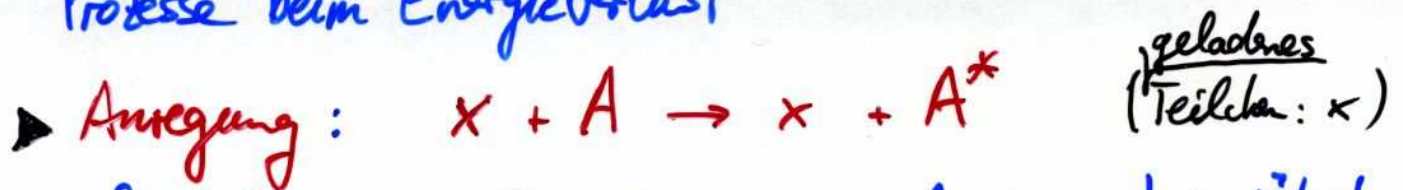
- (a) Elementarteilchen, Wechselwirkungen & typ. Wechselwirkungsstärken
- (b) (schwere) geladene Teilchen: Energieverlust durch inelast. Streuung, Ionisation, Bethe-Bloch-Formel, Čerenkov-Effekt, Übergangsstrahlung, Landau-Verteilung, δ -Elektronen
- (c) Elektronen, Positronen: Bremsstrahlung, Strahlungslänge
- (d) Photonen: Photoeffekt, Compton-Effekt, Paarbildung, Strahlungslänge
- (e) Neutronen: Kerneinfang, Kernreaktionen, elastische & inelastische Streuung, Moderation
- (f) Neutrinos: elastische Streuung, NC- & CC-Reaktionen
- (g) Vielfachstreuung geladener Teilchen: Coulomb-Streuung

3. Prinzipien von gasgefüllten Teilchendetektoren:

- (a) Ionisation: Mechanismen, mittlere Anzahl erzeugter Elektron-Ion-Paare
- (b) Transport freier Elektronen&Ionen: Drift und Beweglichkeit, Diffusion (feldfrei), Rekombination, Elektronanlagerung
- (c) Elektronendrift und -diffusion in Feldern: elektr. Felder, elektr.+magn. Feldern,
- (d) Ionisationsverstärkung im Gas

Prinzipien gasgefüllter Detektoren

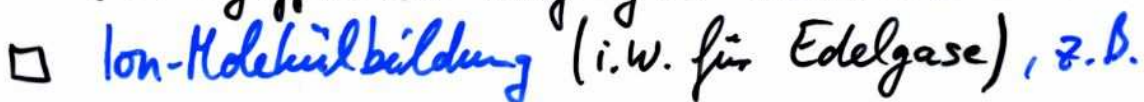
- Ionisation und Anregung sind die relevanten Prozesse beim Energieverlust



erfordert genaue Energiemenge zur Anregung beim Übertrag.

→ typ. Wirkungsquerschnitte: $\sigma_{\text{Anregung}} \approx 10^{-17} \text{ cm}^2$

Anregungsenergie wird abgegeben



erfordert keinen genauen Energieübertrag

→ typ. Wirkungsquerschnitt: $\sigma_{\text{Ionisation}} \approx 10^{-16} \text{ cm}^2$

□ größer als σ_{Anregung}

□ aber großer Energieübertrag erforderlich,

während kleine Energieüberträge häufiger sind

↳ Anregung dominiert über Ionisation

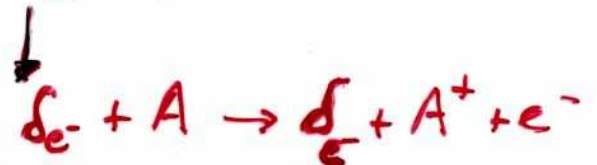
Ionisation

Wenn Ionisation durch den Prozess



auftritt, spricht man von primärer Ionisation.

Treten allerdings energiereiche δ -Elektronen auf, die weitere Ionisationsprozesse vollführen



so wird deren Beitrag zur Ionisation als sekundäre Ionisation bezeichnet, wobei hier ebenfalls wieder δ -Elektronen entstehen können, die weitere Ionisationsprozesse vollführen.

Die gesamte Ionisation ist dann die Summe aller dieser Beiträge.

Anzahl der Elektron-Ion-Paare

Da Anregung über Ionisation dominiert, ist ~~das~~ für eine Ionisation notwendige Energieverlust größer als die einfache Ionisationsenergie des Atoms/Moleküls. Die mittlere Anzahl der Elektron-Ion-Paare ist daher

Energieverlust des Teilchens

mittlere Energie für Erzeugung eines e^- -Ion-Paares

und nicht Energieverlust/Ionisationspotential!

Typische Werte für die mittlere Energie zur Erzeugung eines Elektron-Ion-Paares liegen für Gase bei $\approx 30 \text{ eV}$.

z.B. 3 keV Teilchen erzeugt $\frac{3000 \text{ eV}}{30 \text{ eV}} \approx 100$ e^- -Ion-Paare

NB: mittlere Energie für 1 e^- -Ion etwa gleich für verschiedene Teilchen & Gase

Table 6.1. Excitation and ionization characteristics of various gases

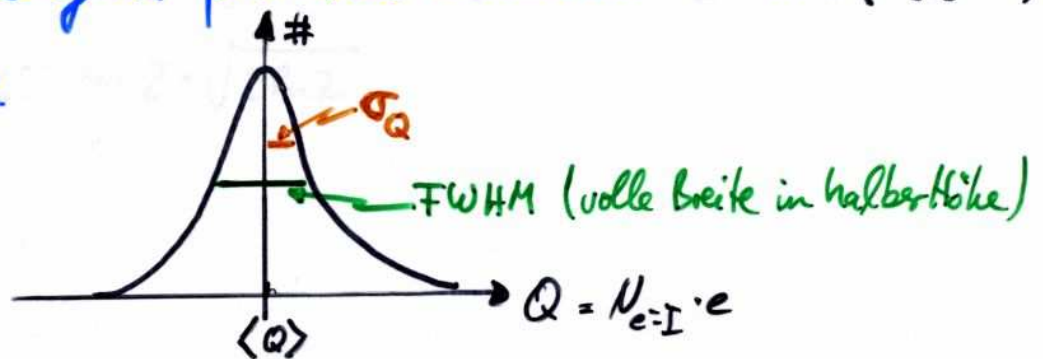
	Excitation potential [eV]	Ionization potential [eV]	Mean energy for ion-electron pair creation [eV]
H ₂	10.8	15.4	37
He	19.8	24.6	41
N ₂	8.1	15.5	35
O ₂	7.9	12.2	31
Ne	16.6	21.6	36
Ar	11.6	15.8	26
Kr	10.0	14.0	24
Xe	8.4	12.1	22
CO ₂	10.0	13.7	33
CH ₄		13.1	28
C ₄ H ₁₀		10.8	23

Fano-Faktor

Die Anzahl der erzeugten e^- -Ion-Paare ist für die Genauigkeit der Energie (verlust)-Messung von Bedeutung, denn

$$\text{Teilchenenergie} \approx \underbrace{\#(e^- \text{-Ion-Paare})}_{=: N_{e^-}} \cdot \left(\begin{array}{l} \text{mittlere Energie} \\ \text{für 1 } e^- \text{-Ion-Paar} \end{array} \right)$$

Für Anzahlen $N_{\text{Mess}} \gtrsim 20$ ergibt sich bei wiederholter Messung der erzeugten primären Gesamt-ionisation ($N_{e^-} \cdot e$) eine Gaußkurve



wobei $\sigma_Q \approx \text{FWHM} / 2.35$ ist.

Die relative Auflösung entspricht in diesem Fall

$$\frac{\sigma_Q}{\langle Q \rangle} = \frac{\sqrt{N_{\text{Mess}}}}{N_{\text{Mess}}} = 1 / \sqrt{N_{\text{Mess}}}$$

als bestmögliche Auflösung für einen rein statistischen Prozess.

Tatsächlich ergeben sich kleinere Werte und zwar um den

Fano-Faktor: $F := \frac{\text{beobachtete Auflösung}}{\text{erwartete Auflösung aus Poisson-Statistik}}$

($F = 0.06$ f. Halbleiterschächler, $= 1$ f. Szintillationszähler, ≈ 0.2 für Edelgaszähler)

\Rightarrow Ionisationsprozesse sind nicht statistisch unabhängig.

Freie Ladungsträger in Gasen

Eine relevante Größe für die Beschreibung des Verhaltens von Ladungsträgern in Gasen (Flüssigkeiten, Festkörpern) ist die **Beweglichkeit** μ . Diese ist die Proportionalitätskonstante zwischen der mittleren Geschwindigkeit v_D (Driftgeschwindigkeit), die der Ladungsträger in einem elektrischen Feld E erreicht, und der Feldstärke E :

$$v_D = \mu \cdot E \cdot \frac{p_0}{p}$$

wobei p der Gasdruck und $p_0 = 10^{13} \text{ hPa} = 10^{13} \text{ mbar} = 760 \text{ Torr}$ ist

Typischerweise sind die Beweglichkeiten von Ionen geringer als die von Elektronen. Zudem hängt die Beweglichkeit auch von Gas und Ion ab.

Bei Gasgemischen ist die Beweglichkeit eines zum Gas gehörenden Ions durch

$$\frac{1}{\mu_i^+} = \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{\mu_{ik}^+}$$

gegeben, wobei c_k die Volumenkonzentration des Gases k und μ_{ik}^+ die Beweglichkeit des Ions der Sorte i im Gas k sind.

Thermische Geschwindigkeit u , Diffusionskoeffizient D , Beweglichkeit μ^+ und mittlere freie Weglänge λ von Ionen für einige Gase bei Normalbedingungen

Gas	Massenzahl	u (cm/s)	D^+ (cm ² /s)	μ^+ (cm ² s ⁻¹ V ⁻¹)	λ (10 ⁻⁵ cm)
H ₂	2.02	1.8 x 10 ⁵	0.34	13.0	1.8
He	4.00	1.3 x 10 ⁵	0.26	10.2	2.8
Ar	39.95	0.41x10 ⁵	0.04	1.7	1.0
O ₂	32.00	0.46x10 ⁵	0.06	2.2	1.0
H ₂ O	18.02	0.61x10 ⁵	0.02	0.7	1.0

Gemessene Beweglichkeiten von Ionen in eigenen oder fremden Gasen

Gas	Ion	Beweglichkeit μ^+ (cm ² V ⁻¹ s ⁻¹)
He	He ⁺	10.2
Ar	Ar ⁺	1.7
H ₂ O	H ₂ O ⁺	0.7
Ar	(OCH ₃) ₂ CH ₂ ⁺	1.51
IsoC ₄ H ₁₀	(OCH ₃) ₂ CH ₂ ⁺	0.55
(OCH ₃) ₂ CH ₂	(OCH ₃) ₂ CH ₂ ⁺	0.26
Ar	IsoC ₄ H ₁₀ ⁺	1.56
IsoC ₄ H ₁₀	IsoC ₄ H ₁₀ ⁺	0.61
Ar	CH ₄ ⁺	1.87
CH ₄	CH ₄ ⁺	2.26
Ar	CO ₂ ⁺	1.72
CO ₂	CO ₂ ⁺	1.09

Elektronenanlagerungswahrscheinlichkeit p_a , Stöße pro Sekunde n_s und mittlere Anlagerungszeit t_a bei Normalbedingungen ohne elektrisches Feld

Gas	p_a	n_s [s ⁻¹]	t_a [ns]
CO ₂	6.2 x 10 ⁻⁹	2.2 x 10 ¹¹	7.1 x 10 ⁵
O ₂	2.5 x 10 ⁻⁵	2.1 x 10 ¹¹	190
H ₂ O	2.5 x 10 ⁻⁵	2.8 x 10 ¹¹	140
Cl	4.8 x 10 ⁻⁴	4.5 x 10 ¹¹	5.0

Freie Ladungsträger in Gasen: Diffusion

Auch ohne äußeres elektr. Feld bewegen sich freie Ladungsträger im Gas aufgrund ihrer thermischen Energie. Diese wird durch die Maxwell-Verteilung beschrieben, in der die Ionen eine ^{mittlere} kinetische Energie

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} m \langle u^2 \rangle \quad \text{mit} \quad \langle u^2 \rangle = \frac{3kT}{m}$$

aufweisen. Dadurch wird eine punktförmige Ladungsverteilung in eine zerfließende Gaußverteilung übergehen:



$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot D \cdot t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D \cdot t}\right) dx$$

wobei die Breite $\sigma_x = \sqrt{2Dt}$ durch den Diffusionskoeffizient D beschrieben wird. Je schneller die Teilchen sich bewegen, umso größer ist D . Insbesondere nimmt $\sqrt{\langle u^2 \rangle} \sim 1/m$ mit abnehmender Teilchenmasse zu.

Die mittlere freie Weglänge während des Diffusionsprozesses

$$\text{ist} \quad \lambda(E_{kin}) = \frac{1}{\frac{N \cdot s}{A} \cdot \sigma(E_{kin})}$$

also eine Funktion der kinetischen Energie des geladenen Teilchen:

Diffusionskoeffizient

Die zuvor angegebene Breite der Gaußverteilung gilt für Diffusion in einer Dimension. Bei 3-dim Diffusion (sphärisch!) gilt:

$$\sigma = \sqrt{6Dt}$$

Der Diffusionskoeff. kann in der kinetischen Gastheorie berechnet werden:

$$D = \frac{1}{3} \cdot \langle u \rangle \cdot \lambda \quad \left(\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}} \right)$$

wobei λ die mittlere freie Weglänge des Ladungsträgers ist. Für ein ideales Gas gilt:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{kT}{\sigma_0 \cdot p}$$

mit σ_0 als totalem Stoßwirkungsquerschnitt des Ladungsträgers mit einem Gasmolekül.

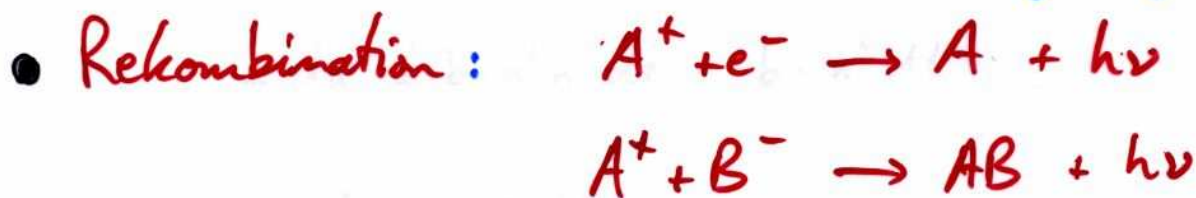
Damit ergibt sich das folgende Bild für die expliziten Abhängigkeiten des Diffusionskoeffizienten:

$$D = \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{p \cdot \sigma_0} \cdot \sqrt{\frac{(kT)^3}{m}}$$

- $D \sim \frac{1}{\sqrt{m}}$
- $D \sim \sqrt{T^3}$
- $D \sim \frac{1}{p}$

Rekombination & Elektronenanlagerung

Die durch Ionisation erzeugten e^- -Ion-Paare müssen gemessen/gezählt werden, jedoch reduziert sich deren Anzahl durch Rekombination und Elektronenanlagerung:

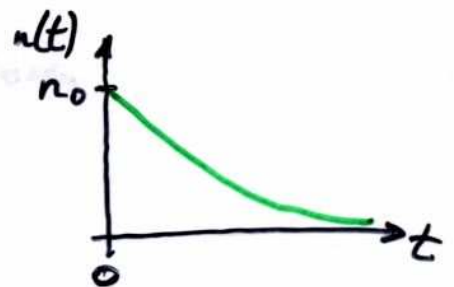


Die Rekombinationsrate $\frac{dn}{dt}$ hängt von den Konzentrationen der pos. n^+ und neg. n^- Teilchen ab:

$$dn = -const \cdot n^+ \cdot n^- \cdot dt$$

Wenn $n^+ \approx n^- \equiv n$ gesetzt wird, so folgt durch Integration:

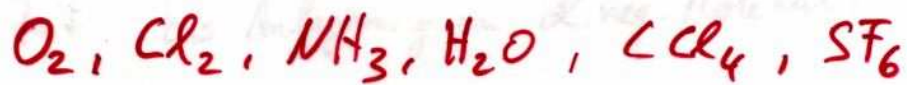
$$n(t) = \frac{n_0}{1 + const \cdot n_0 \cdot t}$$



Eine Aufgabe bei der Konstruktion eines Detektors ist also, ein möglichst schnelle Trennung von pos. & neg. Ladungen aus der Ionisation herbeizuführen.

Rekombination & Elektronenanlagerung

Bestimmte Atome/Moleküle haben eine große Elektronenaffinität, z.B. wenn nur wenige Elektronen zum Abschluss einer Schale fehlen. Solche Atome/Moleküle stellen Fallen für freie Elektronen dar, die angelagert werden, bevor sie die Messelektroden erreichen. Beispiele für solche elektronegative Gase sind



Andere Gase wie Edelgase, N_2 , H_2 , CH_4 haben vernachlässigbare oder sogar negative Elektronenaffinität (Edelgase). Zudem hängt die Anlagerungswahrscheinlichkeit von der e^- -Energie ab:

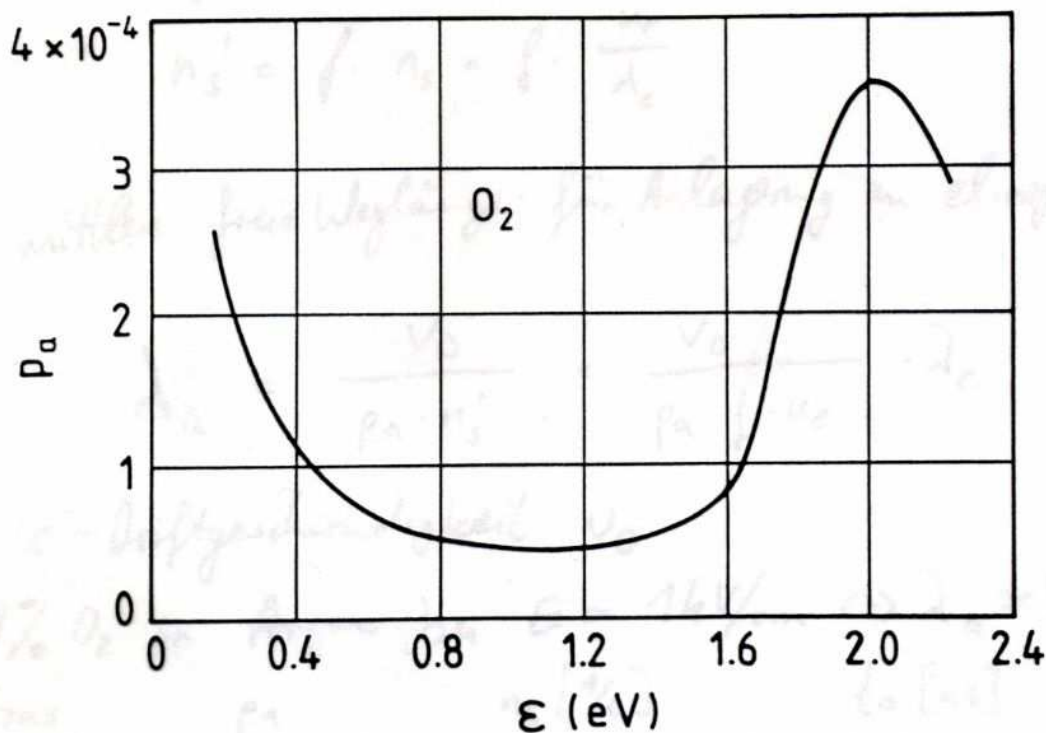


Fig.1.5: Wahrscheinlichkeit für Elektronenanlagerung in O_2 pro Stoß als Funktion der Elektronenenergie ϵ [BR 59].

Elektronen-anlagerung

Aus der thermischen Geschwindigkeit der Elektronen

$$u_e = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}$$

und der mittleren freien Weglänge der Elektronen λ_e ($\approx 4 \times 10^{-10}$ m) ergibt sich die Anzahl der Stöße / Zeitintervall

$$n_s = \frac{u_e}{\lambda_e}$$

und daraus mit der Anlagerungswahrscheinlichkeit p_a pro Stoß die mittlere Zeit bis zur Anlagerung:

$$t_a = \frac{1}{p_a \cdot n_s}$$

Wenn elektroneg. Moleküle mit dem Anteil f im Gas vorliegen, reduziert sich die Stoßrate zu

$$n_s' = f \cdot n_s = f \cdot \frac{u_e}{\lambda_e}$$

und für eine Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen folgt als mittlere Weglänge bis zur Anlagerung:

$$\lambda_a = \frac{v_D}{p_a \cdot n_s'} = \frac{1}{p_a \cdot f} \cdot \frac{v_D}{u_e} \cdot \lambda_e$$

z.B. 1% O_2 in Argon bei Driftfeldstärke $E \approx 1$ kV/cm ergibt $\lambda_a \approx 5$ cm \rightarrow Verlust von Elektronen bei großen Driftabständen im Detektor

Elektronendrift in elektr. Feldern

Die größere freie Weglänge ermöglicht den Elektronen anders als Ionen, erhebliche Energie im elektrischen Feld zu gewinnen. Außerdem sind Elektronen 100 - 1000fach beweglicher als Ionen. Im elektrischen Feld erreichen Elektronen Energien von einigen eV, sodass ihre de Broglie-Wellenlänge im Bereich der Atombeschleuniger liegt. Quantenmechanische Interferenzeffekte führen daher zu starker Abhängigkeit* des Stoßquerschnitts σ von der kinet. Energie der Elektronen und damit auch der freien Weglänge $\lambda \sim 1/\sigma$.

* Ramsauer-Effekt

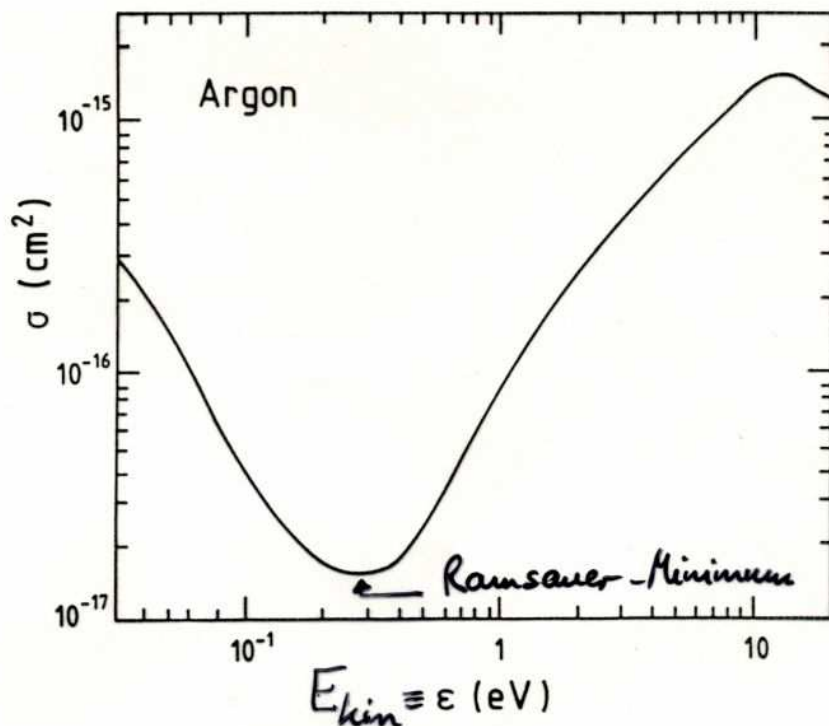
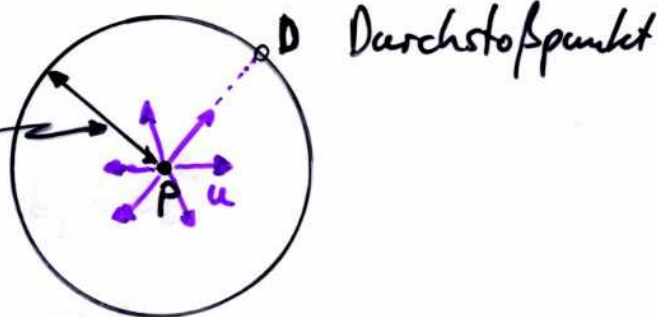


Fig.1.6: Stoßquerschnitt für Elektronen in Argon als Funktion ihrer kinetischen Energie [BR 59].

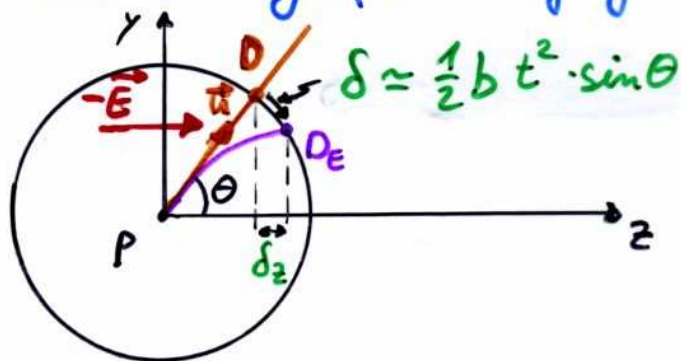
Elektronendrift in elektr. Feldern

Zur Herleitung einer Abschätzung der Driftgeschwindigkeit von Elektronen unter Einwirkung eines elektr. Feldes sei eine Gruppe von Elektronen mit thermischer Geschwindigkeit $u = \sqrt{2E_{kin}/m}$ betrachtet, die sich isotrop von einem Punkt P fortbewegen:

mittlere freie Weglänge λ_e
bis zur ersten Kollision
mit Gasatomen



Unter Einwirkung eines elektr. Feldes \vec{E} werden aus den radialen Bahnen parabolische Wege (Beschleunigung $\vec{b} = q\vec{E}/m$):



Und damit ergibt sich eine Verschiebung von $D \rightarrow D_E$ entlang von z in der Größenordnung $\{ b = qE/m \}$:

$$\delta_z = \left(\frac{1}{2} b \cdot t^2 \cdot \sin \theta \right) \cdot \sin \theta = \frac{1}{2} b t^2 \sin^2 \theta$$

$$\Rightarrow \delta_z = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \sin^2 \theta$$

Elektronendrift in elektr. Feldern

Mittelung über alle $\cos \theta$ ergibt:

$$\langle \delta_z \rangle \approx \frac{1}{3} \frac{qE}{m} \cdot \langle t^2 \rangle$$

Für $\langle t^2 \rangle$ folgt durch Mittelung der Laufzeiten über alle freien Weglängen s und der therm. Elektronengeschwindigkeit u

$$\langle t^2 \rangle = \frac{\langle s^2 \rangle}{u^2} = \frac{2\lambda_e^2}{u^2}$$

wobei angenommen wurde, dass λ_e unabhängig von u ist (d.h. Stoßquerschnitt \propto unabhängig von u). Damit ergibt sich als Driftgeschwindigkeit ($\langle t \rangle = \lambda_e/u$):

$$v_0 = \frac{\langle \delta_z \rangle}{\langle t \rangle} = \frac{2}{3} \frac{qE}{m} \cdot \frac{\lambda_e}{u}$$

Zu berücksichtigen ist noch, dass die therm. Geschwindigkeit u der Maxwell-Verteilung folgt. Wird noch darüber gemittelt, so ist

$$v_0 \approx 0.92 \cdot \frac{qE}{m} \cdot \frac{\lambda_e}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} \quad \text{mit} \quad \langle u^2 \rangle = \frac{3kT}{m}$$

Man beachte, dass $\lambda \sim 1/\text{Druck } p$ ist, daher hängt v_0 explizit von der reduzierten Feldstärke E/p ab.

Elektronendrift in elektr. Feldern

Eine konstante Driftgeschwindigkeit erfordert:

Energiegewinn im E-Feld = Energieverlust durch Stöße

$$\rightarrow qE \cdot v_D \tau = \Delta(E_{kin}) \cdot E_{kin}$$

Zeit zwischen zwei Stößen Bruchteil des Energie, die beim Stoß auf Gasatom übertragen wird

$$\Rightarrow qE \cdot v_D = \frac{\Delta(E_{kin}) \cdot E_{kin}}{\tau} = \frac{\Delta(E_{kin}) \cdot E_{kin} \cdot u}{\lambda_e}$$

Für die konstante mittlere Driftgeschwindigkeit folgt dann:

$$qE \cdot v_D = \left\langle \frac{\Delta(E_{kin}) \cdot E_{kin}}{\tau} \right\rangle = \left\langle \frac{\Delta(E_{kin}) \cdot E_{kin} \cdot u}{\lambda_e} \right\rangle$$

Um einige Aussagen über die Abhängigkeit der Driftgeschwindigkeit von der elektr. Feldstärke zu erhalten, sei im Folgenden vereinfachend eine δ -förmige Geschwindigkeitsverteilung für die therm. Geschwindigkeit u angenommen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m u^2 \Rightarrow qE \cdot v_D \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta(E_{kin}) m u^3}{\lambda_e}$$

sodass nach Eliminierung von u mittels $v_D = \frac{2}{3} \frac{qE}{m} \frac{\lambda_e}{u}$

gilt:

$$v_D \approx \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{\Delta(E_{kin})}{3}} \cdot \frac{qE}{m} \cdot \lambda_e$$

Elektronendrift in elektr. Feldern

Für die mittlere freie Weglänge λ_e und den auf Gasatome übertragenen Energiebruchteil $\Delta(E_{kin})$ können als Näherung Potenzgesetze benutzt werden (vgl. σ -vs- E_{kin} -Diagramm und $\lambda_e \sim \frac{1}{E}$)

$$\lambda_e(E_{kin}) \sim E_{kin}^{-n}$$

$$\Delta(E_{kin}) \sim E_{kin}^{+m}$$

Eliminierung von $E_{kin} = \frac{1}{2} m u^2$ aus $v_D = \frac{2}{3} \frac{qE}{m} \frac{\lambda_e}{u}$

und $qE \cdot v_D = \Delta(E_{kin}) \cdot E_{kin} \cdot u / \lambda_e$ ergibt dann:

$$v_D \sim E^{(m+1)/(m+2n+1)}$$

Dies bedeutet für die Kurve σ -vs- E von Argon:

- E unterhalb Ramsauer-Minimum: $n \approx -1$

$$\rightarrow (m+1)/(m+2n+1) \approx (m+1)/(m-1)$$

\rightarrow für $m \gtrsim 1$ wird der Exponent groß:
 v_D steigt rasch mit Feldstärke E an

- E oberhalb Ramsauer-Minimum: $n \approx +1$

$$\rightarrow (m+1)/(m+2n+1) \approx (m+1)/(m+3)$$

\rightarrow für $m \gtrsim 1$ ist der Exponent $\gtrsim 1/2$:
 v_D steigt nur noch geringfügig mit E an

Elektronendrift in elektr. Feldern

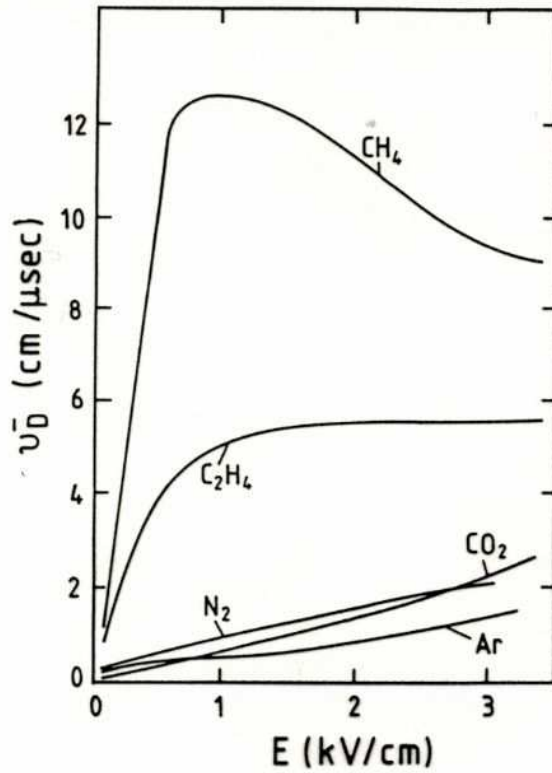
Im Falle molekularer Gase wie CO_2 , CH_4 ... existieren Schwingungs- und Rotationsanregungen bei recht geringen Energien. Diese Anregungen tragen stark zum gesamten Stoßquerschnitt bei, wobei der übertragene Energieanteil $\Delta(E_{\text{kin}})$ sehr groß wird, um dann oberhalb der maximalen Schwingungsenergie E_{max} rasch abzunehmen.

$$\Delta(E_{\text{kin}}) \sim \frac{E_{\text{max}}}{E_{\text{kin}}}$$

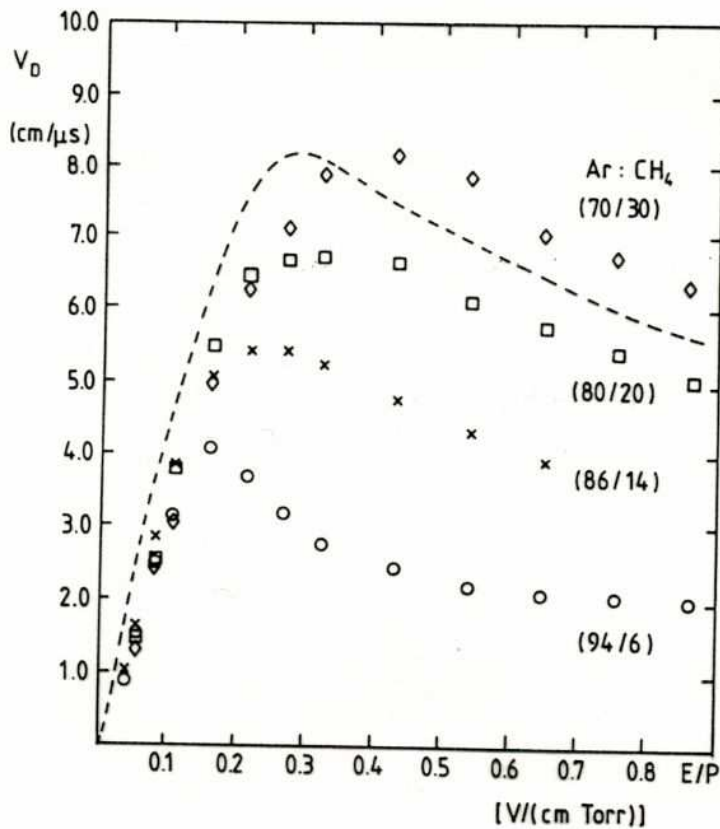
Für $E_{\text{kin}} > E_{\text{max}}$ ist $m \approx -1$, d.h. $(m+1)/(m+2n+1) \approx 0$ und somit ist dort $v_D \approx \text{const}$ (z.B. für Ethen C_2H_4).
Im Falle, dass $\Delta(E_{\text{kin}})$ stärker als $1/E_{\text{kin}}$ abnimmt, wird $m < -1$, sodass v_D mit der elektr. Feldstärke E sogar wieder abnimmt (z.B. für CH_4).

Daher können schon kleine Verunreinigungen mit (molekularen) Gasen zu starken Veränderungen der Driftgeschwindigkeit führen (s. Graph für Argon + 0.1%/1.0% Stickstoff)

Driftgeschwindigkeit v_D



Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Gasen bei Normalbedingungen [EN 53, FU 58, BR 59].



Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Argon-Methan-Gemischen [TI 83]. Die gestrichelte Kurve ist das Ergebnis einer Berechnung für das Gemisch 80/20 [SC 78].

Driftgeschwindigkeit v_D für Ar:CH₄

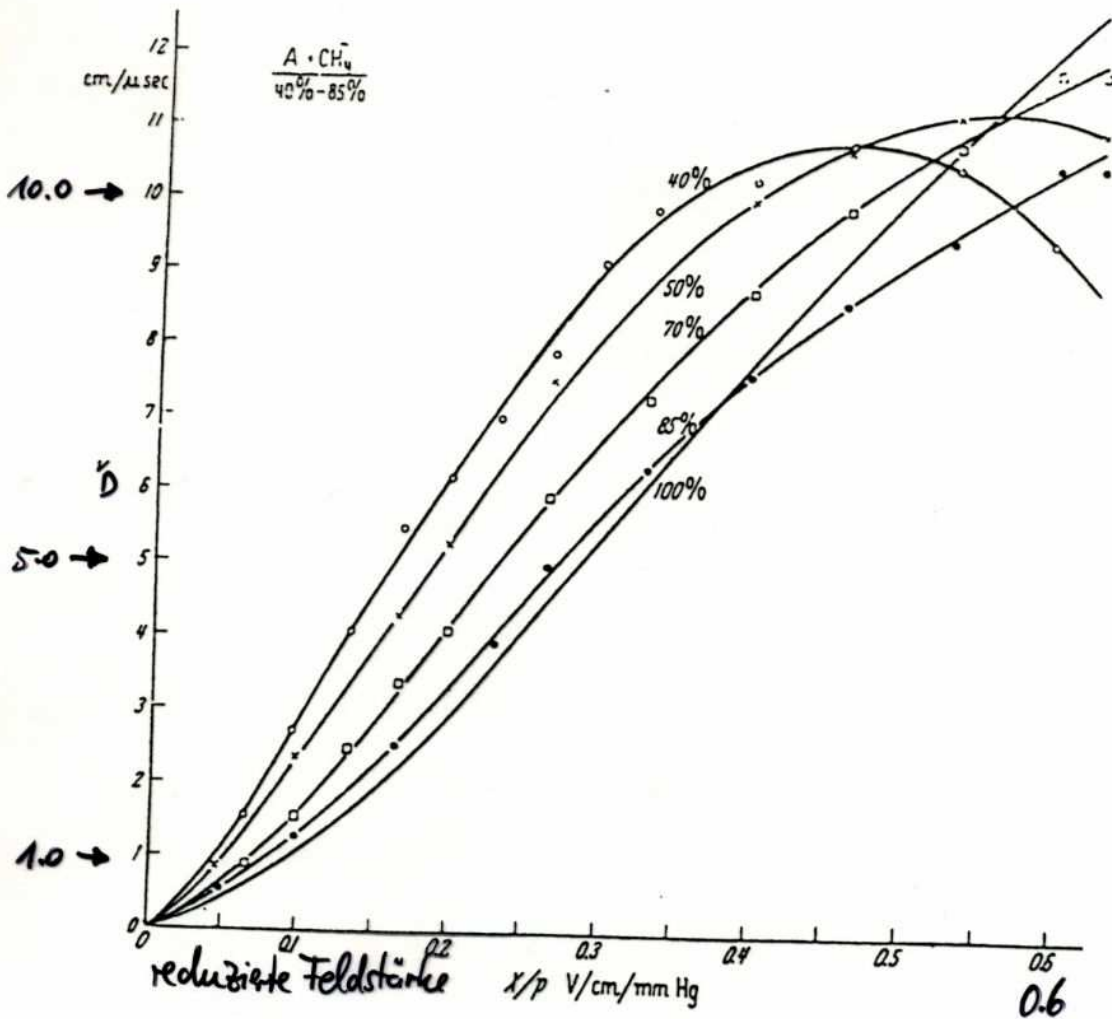
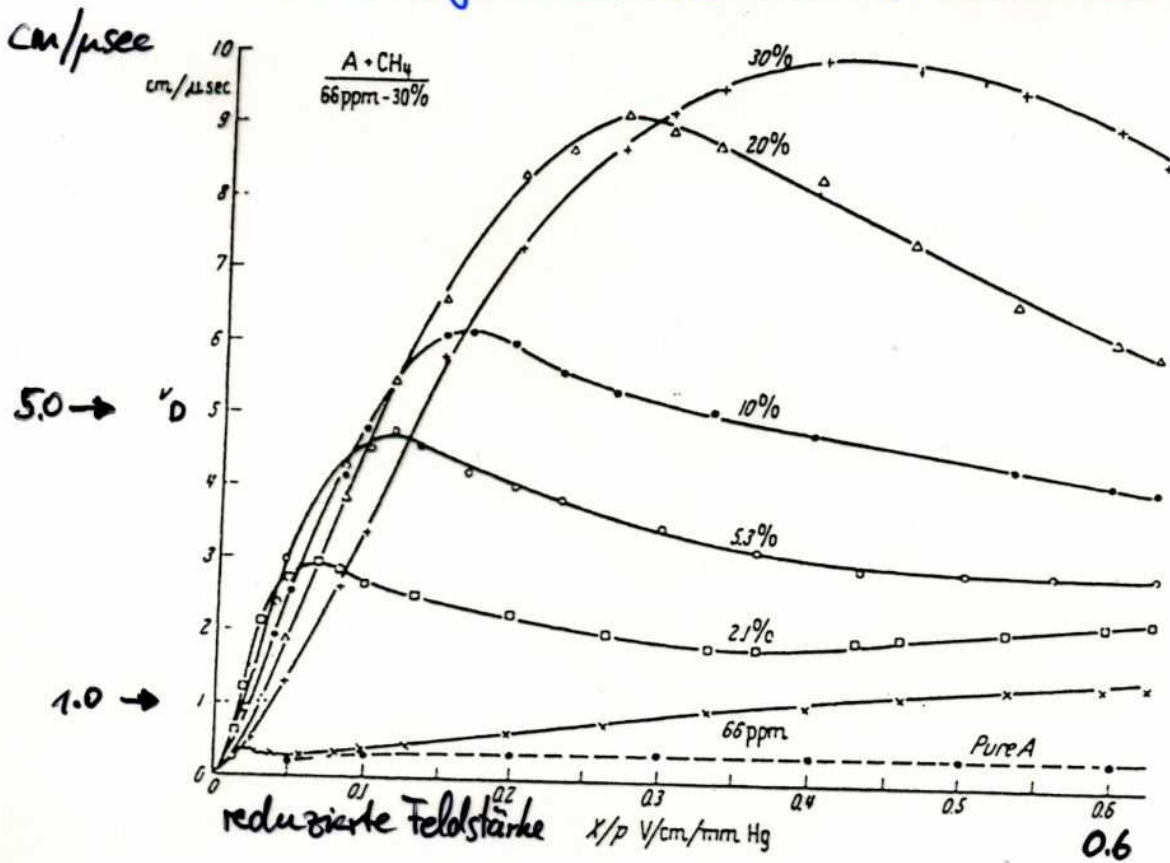


Fig. 28 Drift velocity of electrons in several argon-methane mixtures¹²⁾

Driftgeschwindigkeit für Ar:CO₂

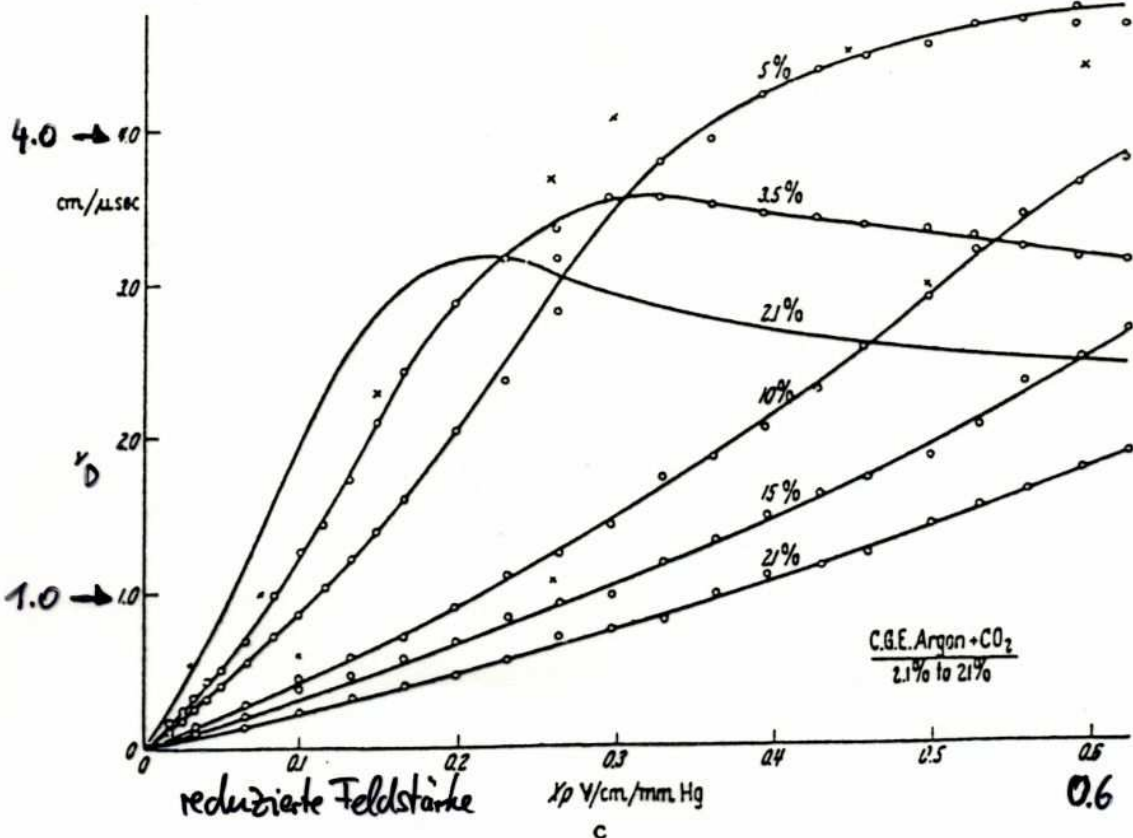
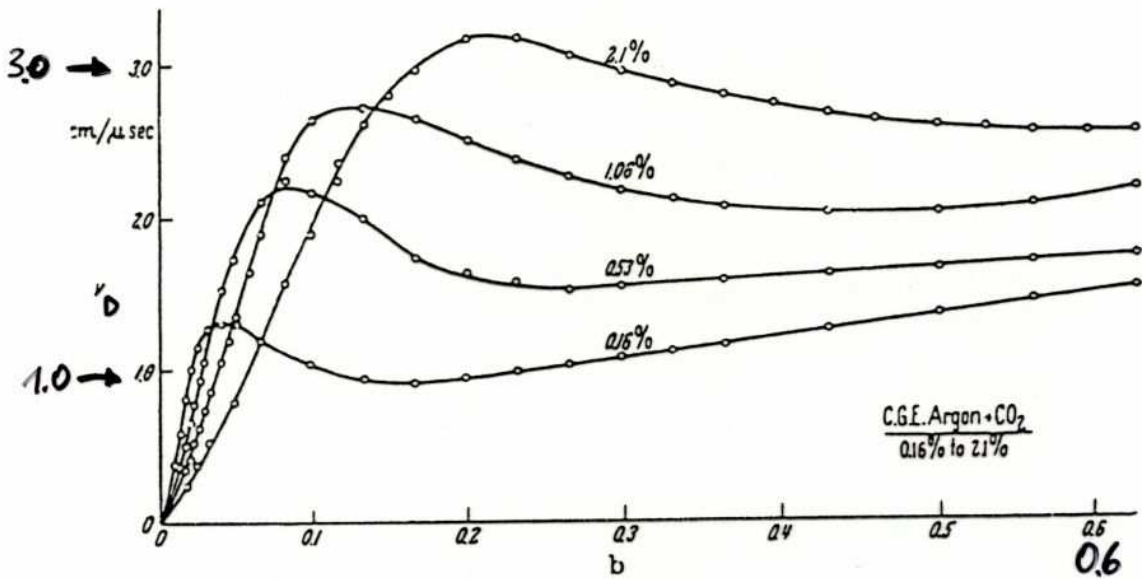
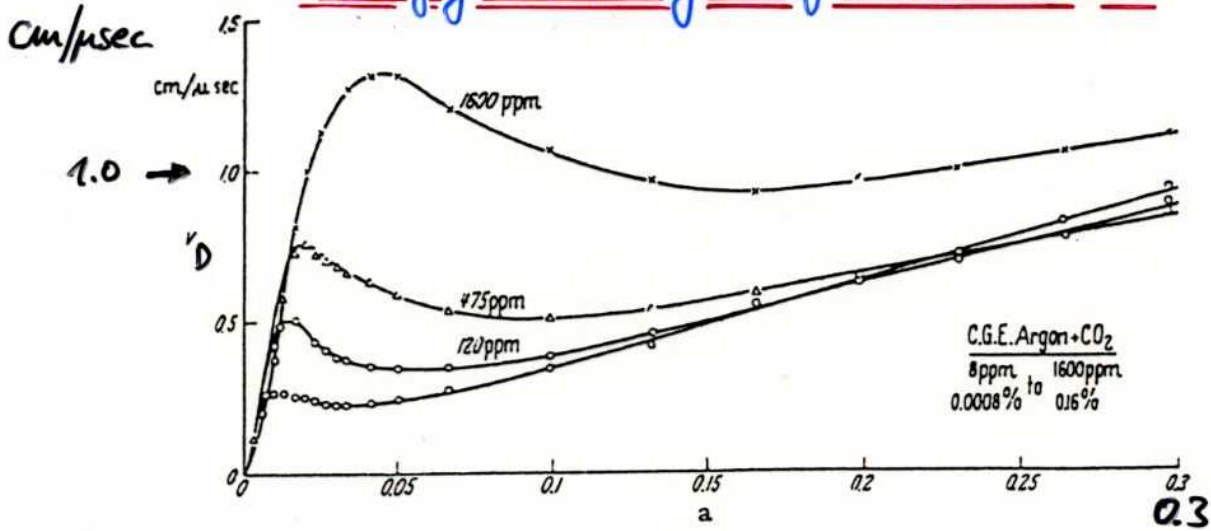


Fig. 29 Drift velocity of electrons in several argon-carbon dioxide mixtures¹²⁾

Driftgeschwindigkeit v_D

In rein atomaren Gasen haben selbst geringe Beimischungen molekularer Gase große Änderungen der Driftgeschwindigkeit zur Folge, da die Rotations- und Schwingungsanregungen der Gasmoleküle die Stoßwirkungsquerschnitte stark beeinflussen.

cm/μsec

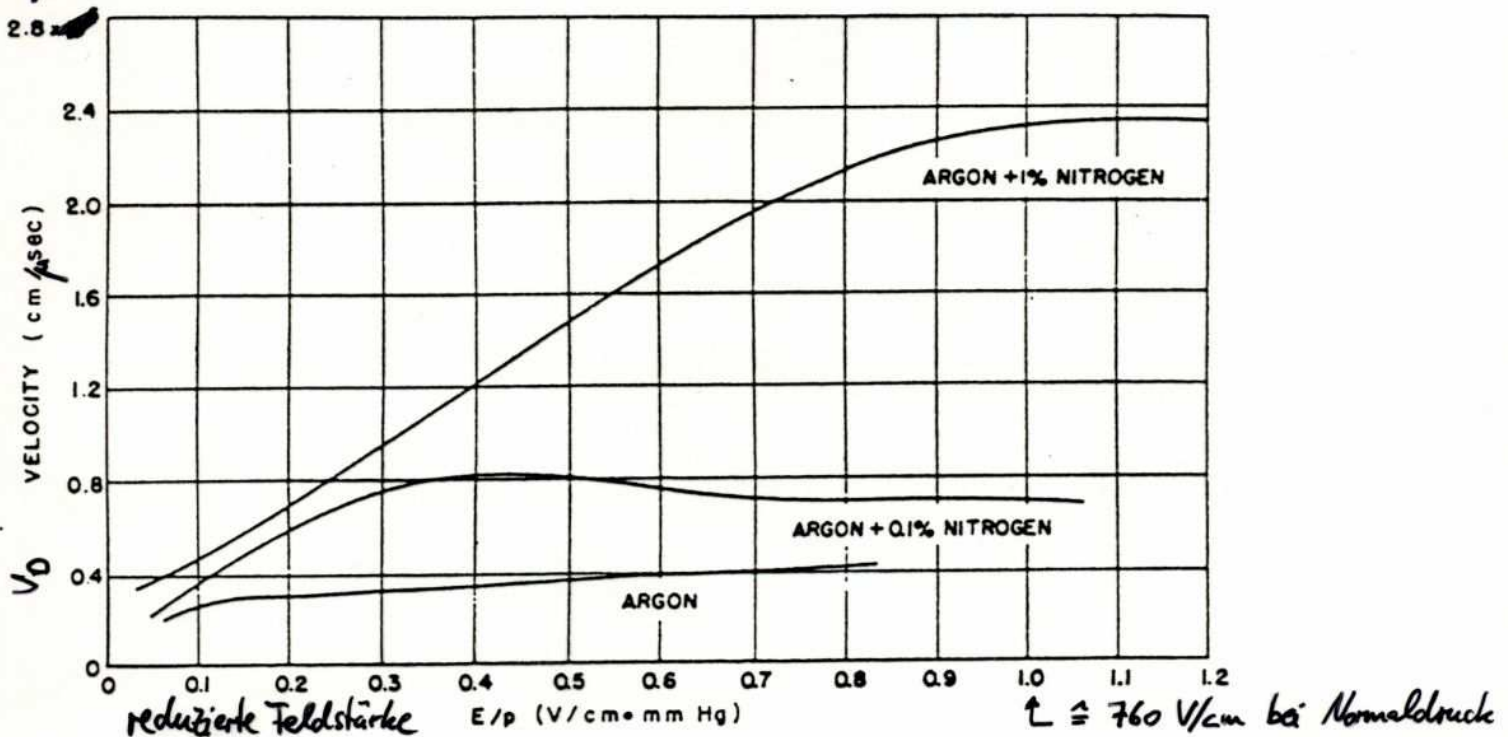


Fig. 25 Drift velocity of electrons in pure argon, and in argon with small added quantities of nitrogen. The very large effect on the velocity for small additions is apparent²²).

Elektronendrift in elektr. & magnet. Feldern

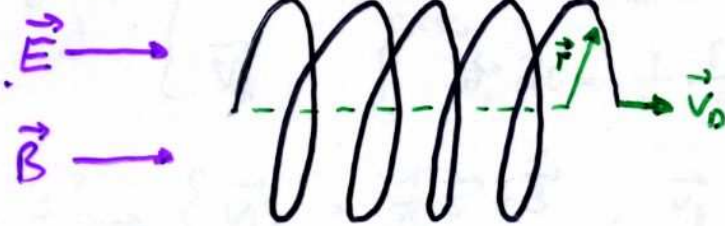
Zusätzlich zur Coulombkraft $q \cdot \vec{E}$ im elektr. Feld \vec{E} wirkt auf ein Teilchen die Lorentzkraft $q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ im magnet. Feld \vec{B} .

Unter alleiniger Wirkung eines \vec{B} -Feldes vollführt ein geladenes Teilchen eine Kreisbewegung mit der Frequenz

$$\vec{\omega} = -\frac{q\vec{B}}{m} \quad \rightarrow \quad \text{Elektron-Zyklotronfrequenz: } \frac{\omega}{B} = 17.6 \frac{\text{MHz}}{\text{Gau\ss}}$$

Treten \vec{E} - und \vec{B} -Felder gemeinsam auf, kann die dann schraubenförmige Bewegung in eine Rotationsbewegung mit Kreisfrequenz ω und eine Translationsbewegung mit Geschwindigkeit \vec{v}_0 zerlegt werden ($\vec{r} \perp \vec{v}_0$)

z.B.



$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

mit

$$\vec{v}_0 = \vec{E} \times \vec{B} / B^2 + \vec{v}_{\parallel}$$

$$\vec{v}_{\parallel} = \frac{q}{m} \cdot \vec{E}_{\parallel}$$

wobei \vec{v}_{\parallel} und \vec{E}_{\parallel} die Komponenten parallel zu \vec{B} sind.

Elektronendrift in elektr. & magnet. Feldern

In einem gasgefüllten Volumen kommt zusätzlich zu den elektr. & Magnet. Kräften noch eine stochastische Kraft $m \cdot \vec{a}(t)$ aufgrund der Stöße mit den Gasmolekülen hinzu. Die Bewegungsgleichung für ein geladenes Teilchen unter diesen Bedingungen ist die so genannte Langevin-Gleichung:

$$m \dot{\vec{v}} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + m \vec{a}(t)$$

Im zeitlichen Mittel muss aus dieser Gleichung die Translationsbewegung mit konstanter Driftgeschwindigkeit \vec{v}_D folgen. Daher muss die stochastische Beschleunigung \vec{a} im zeitlichen Mittel gerade die translatorische Beschleunigung $\dot{\vec{v}}_D$ kompensieren:

$$\langle \vec{a}(t) \rangle = -\dot{\vec{v}}_D \approx \frac{\vec{v}_D}{\tau}$$

wobei τ die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen ist. Somit wird die Langevin-Gleichung zu:

$$\dot{\vec{v}}_D \approx \frac{q}{m} \vec{E} + \vec{v}_D \times \frac{q}{m} \vec{B} - \frac{\vec{v}_D}{\tau}$$

Da für konstantes \vec{E} -Feld nur der stationäre Fall interessant ist, d.h. $\dot{\vec{v}}_D = 0$, gilt also für die Driftgeschwindigkeit:

$$\frac{\vec{v}_D}{\tau} - \vec{v}_D \times \frac{q}{m} \vec{B} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

Elektronendrift in elektr. & magnet. Feldern

Die Driftgeschwindigkeit \vec{v}_D ist nun die Lösung der stationären Langevin-Gl., d.h. Lösung von $\frac{\vec{v}_D}{\tau} - \vec{v}_D \times \frac{q}{m} \vec{B} = \frac{q}{m} \vec{E}$:

$$\vec{v}_D = \frac{\mu \cdot E}{1 + \omega^2 \tau^2} \left(\hat{E} + \omega \tau \cdot \hat{E} \times \hat{B} + \omega^2 \tau^2 \cdot \hat{B} \cdot (\hat{E} \cdot \hat{B}) \right)$$

mit Beweglichkeit μ (zur Erinnerung: μ war als Proportionalitätskonst. zwischen \vec{v}_D und \vec{E} eingeführt), Zyklotron-Frequenz $\omega = \frac{q}{m} \cdot B$, mittlerer Zeit zwischen zwei Stößen τ und den \vec{E} - und \vec{B} -Feldern und deren Richtungen: $\hat{E} := \vec{E}/E$, $\hat{B} := \vec{B}/B$.

- \vec{v}_D i.A. $\nparallel \vec{E}$ aufgrund des B -Feldes ($\omega \tau = 0 \rightarrow \vec{v}_D \parallel \vec{E}$)
für sehr starke B -Felder ($\omega \tau \gg 1$) wird $\vec{v}_D \parallel \hat{B}$
- $\vec{v}_D = \dots \vec{E} \times \vec{B} \dots$ erzeugt Driftbewegung \perp zu \vec{E} und \vec{B} ,
 $\vec{E} \times \vec{B}$ -Effekt verschwindet für $\omega \tau = 0$ und $\omega \tau \rightarrow \infty$, maximal für $\omega \tau = 1$
- Lorentzwinkel α_L stellt sich ein zwischen der Richtung von \hat{E} und der Driftichtung \vec{v}_D . Für $\vec{B} \perp \vec{E}$ gilt:
$$v_D = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \mu \cdot E / \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}$$
und $\tan \alpha_L = \omega \cdot \tau$

Driftgeschwindigkeit und Lorentzwinkel

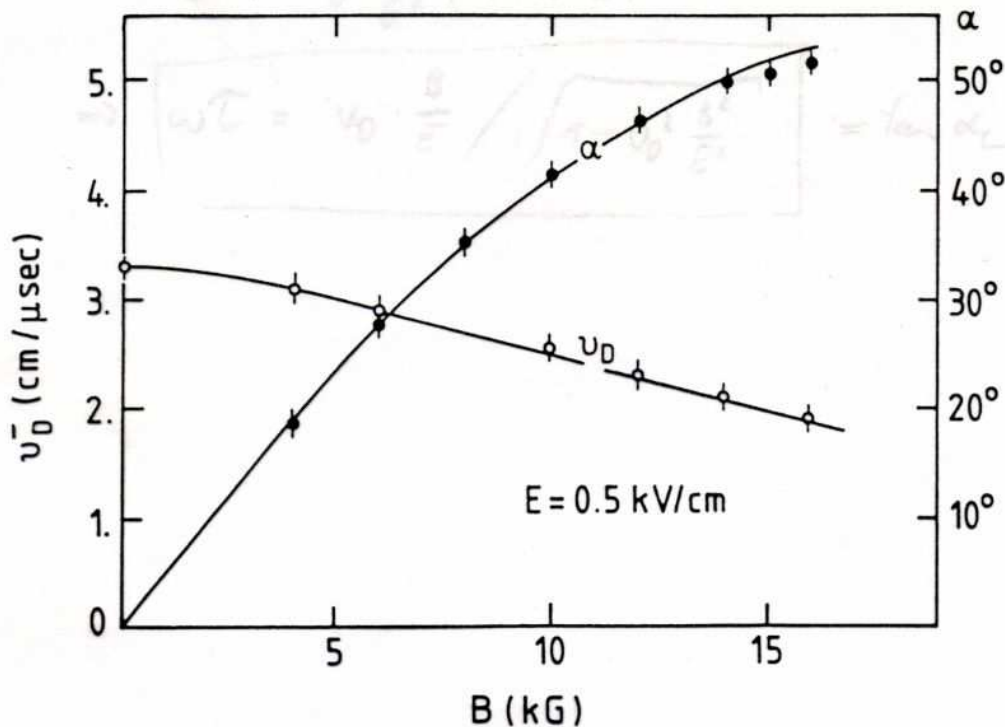
Für $\vec{E} \perp \vec{B}$ gilt:

$$v_D = \mu E / \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} \sim \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} \xrightarrow{\beta \rightarrow \infty} 0$$

$$\tan d_L = \omega \tau \sim \beta \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} 0$$

Für nicht zu große $\omega \tau < 1$ gilt für den Lorentzwinkel:

$$\tan d_L \approx v_D \cdot \frac{\beta}{E}$$



Elektronendriftgeschwindigkeit v_D und Lorentzwinkel α als Funktion der magnetischen Flußdichte B für gekreuzte elektrische und magnetische Felder [BR 75].

Diffusion in elektr. & magnet. Feldern

\vec{E} - und \vec{B} -Felder beeinflussen die Diffusion freier Ladungsträger:

- $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ reduziert Diffusion transversal zu \vec{B} :

$$D_z = D, \text{ aber } D_x = D_y = D / (1 + \omega^2 \tau^2)$$

wenn für ein Elektron mit Geschwindigkeit u der Krümmungsradius $\frac{u}{\omega} \ll \lambda = u \cdot \tau$ mittlere freie Weglänge, also wenn $\omega \tau \gg 1$.

- \vec{E} kann zu veränderten Diffusionskonstanten ^{D_L} in Richtung des \vec{E} -Feldes führen, während die dazu senkrechte Diffusion unverändert bleibt. Folge ist eine Anisotropie der Diffusion, ausgedrückt durch das Verhältnis D_L/D .

Insbesondere für Argon ist $D_L \neq D$, während für viele andere Gase $D_L \approx D$ gilt.

Anisotropie der Diffusion bei \vec{E} -Feld

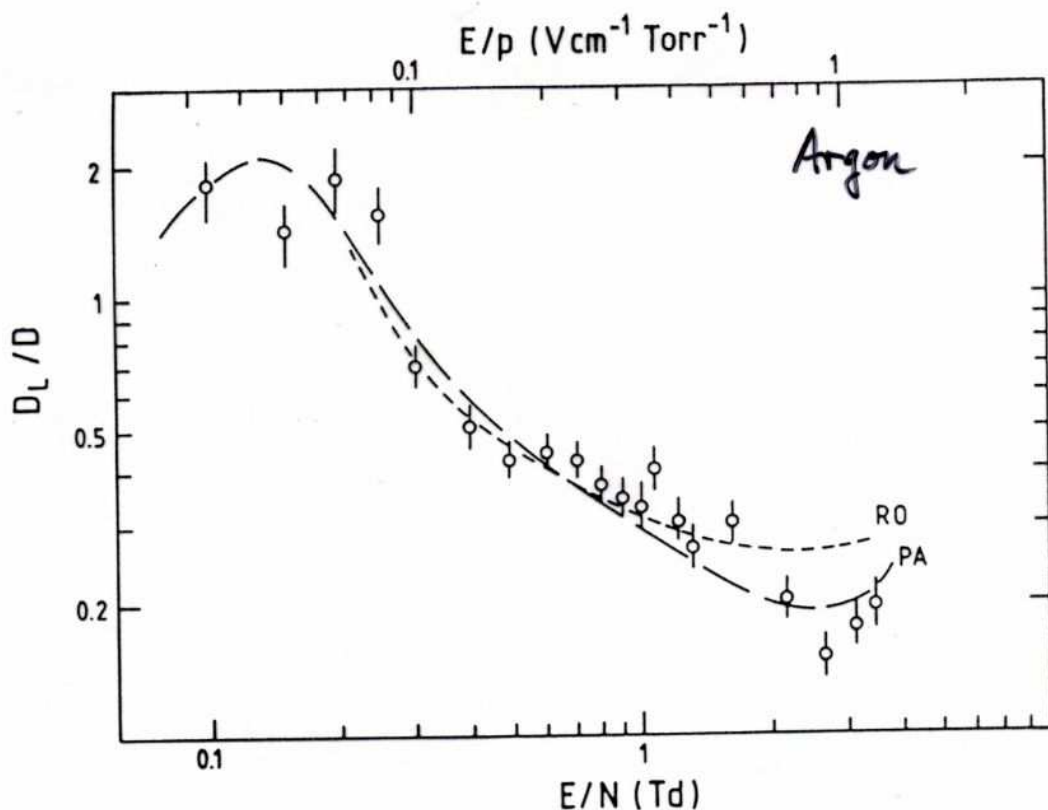


Fig.1.12: Anisotropie der Diffusionskoeffizienten parallel (D_L) und senkrecht (D) zum elektrischen Feld als Funktion des reduzierten elektrischen Feldes E/p (Einheit $V\text{ cm}^{-1}\text{ Torr}^{-1}$) bzw. E/N (Einheit $\text{Td} = 10^{-17}\text{ Vcm}^2$). Meßpunkte nach [SC 80], berechnete Kurven nach [PA 68] und [RO 72].

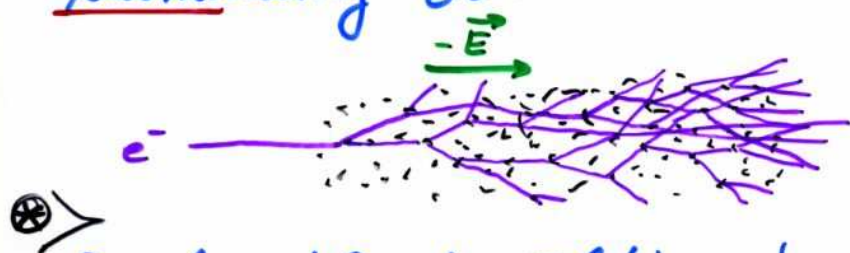
Einheit Townsend ($1\text{ Td} = 10^{-17}\text{ V}\cdot\text{cm}^2$) für E/N (statt reduziertem Feld E/p);

$$N := 2.69 \cdot 10^{19} \cdot \frac{p}{760\text{ mmHg}} \cdot \frac{273\text{ K}}{T} \quad \frac{\text{Moleküle}}{\text{cm}^3}$$

$$(N = N_0 / V_{\text{mol}})$$

Gasverstärkung

Bisher wurde implizit angenommen, dass die \vec{E} -Felder so gering sind, dass Elektronen zwischen zwei Stößen nur geringe Energie gewinnen ($q \cdot E \cdot \lambda_e$ klein). Bei sehr starken \vec{E} -Feldern kann der Energiegewinn ausreichen, dass ein Elektron einen Ionisationsprozess beim Stoß verursacht ($q \cdot E \cdot \lambda_e \gtrsim I$). Als Folge davon nimmt die Anzahl der freien Ladungsträger lawinenartig zu:



Die Anzahl der Elektron-Ion-Paare, die ein Elektron pro cm Wegstrecke bildet, wird durch den ersten Townsend-Koeffizienten α bezeichnet. Aus dem Stoßquerschnitt σ_i kann α durch

$$\alpha = \sigma_i \cdot N$$

$$(N = N_0 / V_{mol} = 2.69 \cdot 10^{19} \frac{\text{Atome}}{\text{cm}^3})$$

berechnet werden.

⊗ Diese lawinenartige Zunahme führt zu einer erheblichen Ladungsmenge, die einfach gemessen werden kann. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von Gasverstärkung

Gasverstärkung

Die sich ausbildende Elektronenlawine hinterlässt eine charakteristische Verteilung der (u.a. pos.) Ladungsträger in Tropfenform. Aufgrund der höheren Beweglichkeit sind die Elektronen in der Spitze des Tropfens zu finden, während die unbeweglicheren pos. Ionen die eigentliche Tropfenform einnehmen.

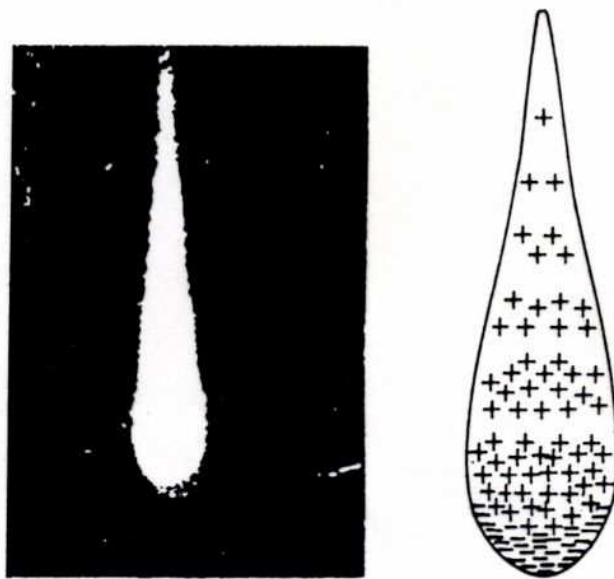
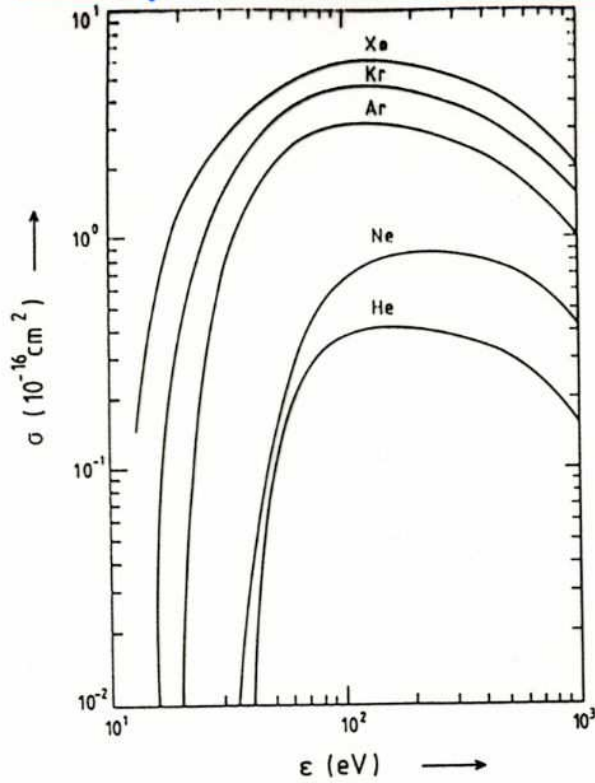
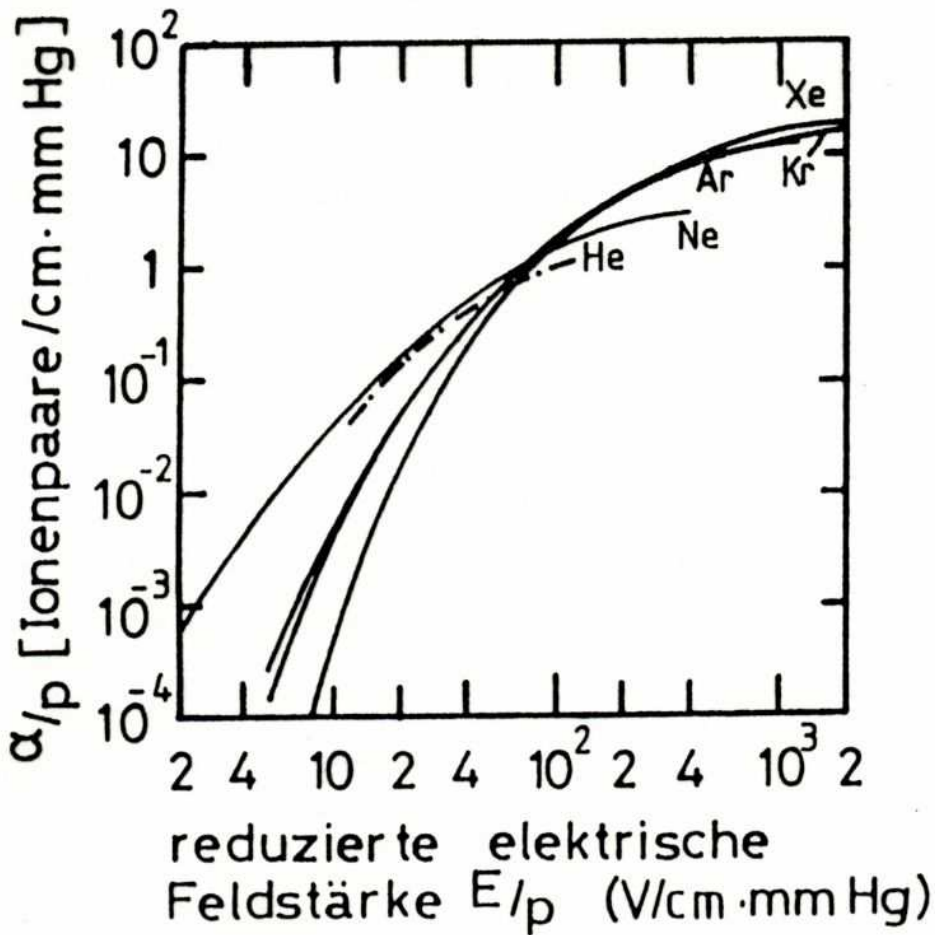


Fig. 46 Drop-like shape of an avalanche, showing the positive ions left behind the fast electron front. The photograph shows the actual avalanche shape, as made visible in a cloud chamber by droplets condensing around ions¹⁸⁾.

Stoßquerschnitt und erster Townsend-Koeffizient



Stoßionisationsquerschnitt σ_i als Funktion der Elektronenenergie ϵ für Edelgase [AL 69].



Erster Townsend-Koeffizient für einige Edelgase

Gasverstärkung

Beginnend mit n_0 primären Elektronen am Ort $x=0$ werden durch Stoßionisation entlang von dx

$$dn = \alpha \cdot n \, dx$$

zusätzliche Elektronen erzeugt, sodass

$$n(x) = n_0 \exp(\alpha \cdot x)$$

gilt, falls α unabhängig von x ist. Da α von der Feldstärke abhängt, die sich entlang x ändern kann, so gilt:

$$n(x) = n_0 \exp\left(\int \alpha(x) dx\right) =: n_0 \cdot A$$

Dabei bezeichnet A die Gasverstärkung, die entscheidend von der freien Weglänge λ abhängt:

$$\lambda = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{N \cdot \sigma_i}$$

Die exponentielle Zunahme der Zahl freier Elektronen gilt nur solange Rekombination und Elektronenauflagerung vernachlässigbar bleiben und Ionisation durch UV-Photonen (aus angeregten Atomen) nicht stattfindet.

NB. Die Zahl der Elektronen am Ort x ist proportional zu $n_0 \rightarrow$ **Proportionalitätsbereich** der Gasverstärkung

Gasverstärkung

Das Ende des exponentiellen Anstiegs der Gasverstärkung wird durch UV-Photonen eingeleitet, die durch Photoeffekt im Gas oder aus der Kathode weitere Elektronen auslösen:

$$n_0 \text{ primäre Elektronen} \rightarrow A \cdot n_0 \text{ Elektronen} \\ + \\ (A \cdot n_0) \cdot \gamma \text{ Photoelektronen} \\ (\gamma: \text{zweiter Townsend-Koeff.})$$

$$(A n_0) \gamma \text{ Photoelektronen} \rightarrow A(A n_0) \gamma \text{ Elektronen} \\ + \\ A(A n_0) \gamma^2 \text{ Photoelektronen}$$

...

⇒ Gasverstärkung einschließlich Energieausbreitung durch Photonen:

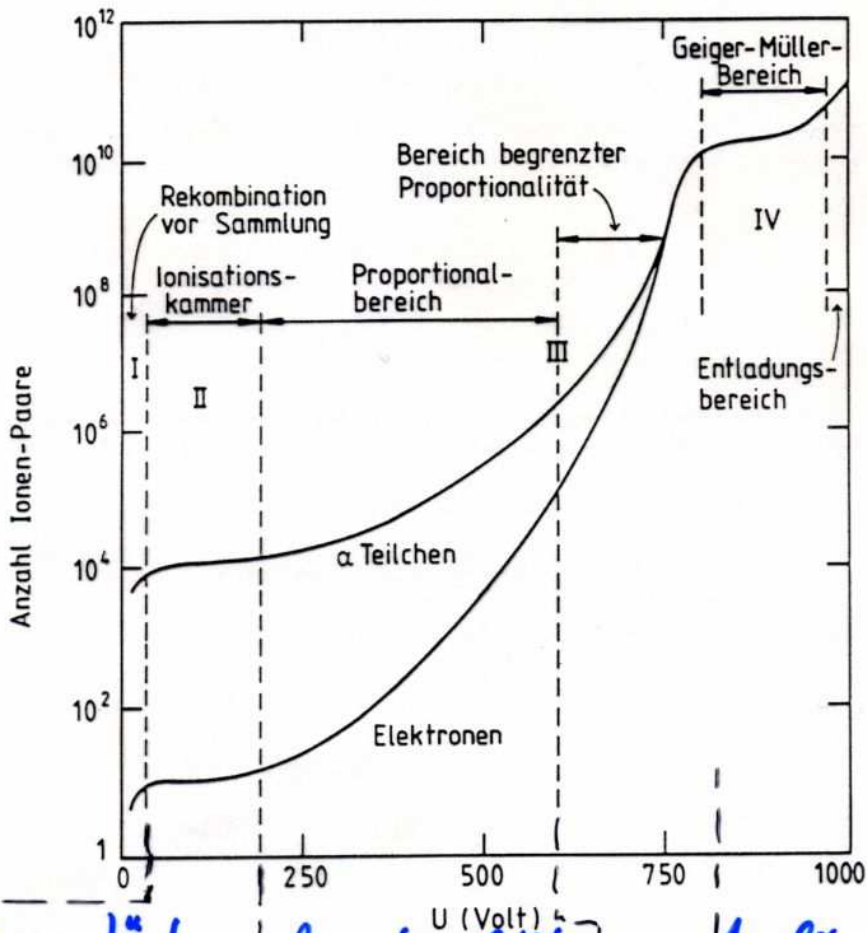
$$A_g := n_0 A + n_0 A^2 \gamma + n_0 A^3 \gamma^2 + \dots \\ = n_0 A \cdot \sum_{\nu \geq 0} (A \cdot \gamma)^\nu$$

$$\Rightarrow A_g = \frac{n_0 A}{1 - A \gamma} \quad (A \gamma < 1), \text{ d.h. } A_g \sim n_0$$

Für $A \gamma \rightarrow 1$ wird A_g unabhängig von n_0 : Auslösebereich
(wird bei $d \cdot x \approx 20$ oder $A \approx 10^8$ erreicht)

Gasverstärkung

Abhängig von der $|\vec{E}|$ -Feldstärke können verschiedene Bereiche der Gasverstärkung identifiziert werden



keine Gasverstärkung | Proportionalitätsbereich | Auslösebereich

Gasverstärkung als Funktion der angelegten Spannung U im Proportionalzähler für α -Teilchen und Elektronen (nach [PR 58]).

Erster Townsend-Koeffizient

Eine einfache, für kleine α gültige Approximation des ersten

Townsend-Koeffizienten α stammt von S. Korff (1946) *Electrons and Nuclear Counters*, Van Nostrand, New York

$$\alpha \approx p \cdot A \exp(-B p / E) \quad (\text{Druck } p, \text{ Feldstärke } E)$$

In diesem Bereich ist α zudem etwa linear abhängig von der kinetischen Elektronenenergie E_{kin}

$$\alpha \approx k \cdot N \cdot E_{kin} \quad (N \approx 2.69 \cdot 10^{19} \frac{\text{Atome}}{\text{cm}^3})$$

Die Parameter A , B und k sind in der Tabelle für einige Gase angegeben.

Parameters appearing in Korff's approximated expression for the first Townsend coefficient α ²⁷⁾

Gas	A ($\text{cm}^{-1} \text{ Torr}$)	B ($\text{V cm}^{-1} \text{ Torr}$)	k ($\text{cm}^2 \text{ V}^{-1}$)
He	3	34	0.11×10^{-17}
Ne	4	100	0.14×10^{-17}
Ar	14	180	1.81×10^{-17}
Xe	26	350	
CO ₂	20	466	

Prinzipien von Gasdetektoren

Zusammenfassend lässt sich festhalten:

- Ionisation und Anregung erzeugen freie Ladungsträger
- Freie Ladungsträger können sich durch Diffusion oder unter Wirkung elektr. Felder im Gas bewegen gemäß ihrer Beweglichkeit
- Elektronenegative Gase lagern freie Elektronen an
- Im elektr. Feld stellt sich eine konstante Driftgeschwindigkeit $v_D \sim E \cdot \lambda_e / T$ ein
- Wert der Driftgeschwindigkeit hängt von Elektron-Gasatom-Stoßwirkungsquerschnitt ab (Ramsauer-Minimum)
- In elektr. & magnet. Feldern ergibt sich eine Schraubenförmige Bewegung mit $\vec{v}_D \perp \vec{E}$, $\vec{E} \times \vec{B}$ -Effekt, Lorentzwinkel α_L
- Elektr. & magnet. Felder beeinflussen i.A. Diffusion
- sehr starke elektr. Felder führen zur Gasverstärkung mit leicht messbaren Ladungsmengen