Übung zur Vorlesung T4, Blatt 2

25.10.2011

1. **Phasenübergänge 1. Ordnung: Supraleiter**

Wird ein Supraleiter in einem Magnetfeld abgekühlt, kann bei hinreichend tiefen Temperaturen ein Phasenübergang beobachtet werden, der dadurch charakterisiert ist, dass für $T < T_c$ der elektrische Widerstand de facto verschwindet. Die normalleitende (NL) Phase kann als nicht magnetisch angenommen werden, so dass $M = 0$. In der Supraleitenden Phase (SL) wird das B-Feld aus dem Supraleiter verdrängt (Meissner Ochsenfeld Effekt), so dass $B = H + M = 0$ ist. Die Zustandsgleichung $M = M(T, H)$ ist also

$$M(T,H) = \begin{cases} 0 & \text{in NL, d.h. } H > H_c(T) \\ -H & \text{in SL, d.h. } H < H_c(T) \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie die Isothermen im HM-diagramm. Anhand der Gibbschen Phasenregel, begründen Sie das Verhalten der Isothermen beim Phasenübergang.

b) Zeigen Sie

$$-\frac{dH_c}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta M} \qquad \text{(Clausius-Clapeyron)}$$

wobei ΔS und ΔM den Änderungen von Entropie und Magnetisierung entlang der Isotherme beim Phasenübergang entsprechen.

c) Zeigen Sie

$$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H, \quad H \neq H_c$$

d) Zeigen Sie nun folgende Gleichung für die Entropiedifferenz in der supraleitenden und normalleitenden Phase

$$S_{SL}(T) - S_{NL}(T) = \frac{1}{2}\frac{d}{dT}H_c(T)^2$$

e) Zeigen Sie, dass für die Differenz der spezifischen Wärmen $c_H = T(\partial S/\partial T)_H$ folgendes gilt

$$c_{H,SL}(T) - c_{H,NL}(T) = \frac{1}{2}T\frac{d^2}{dT^2}H_c(T)^2$$

Wie lautet diese Gleichung für den Grenzfall $T = T_c$, $H_c(T_c) = 0$?

f) Der Verlauf der Übergangskurve entspricht in etwa der Parabel

$$H_c(T) = H_c(0)\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)$$

Berechnen Sie die Unstetigkeit von c_H in diesem Fall.

2. **Geordnete Partition**

Bestimme die Anzahl $N(r,n)$ von Vektoren $v \in \mathbb{N}_0^r$ mit

$$\sum_{i=1}^{r} v_i = n$$

für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

Hinweis: Konstruiere die zugehörige Erzeugende Funktion $f_r(x) \equiv \sum_{n=0}^{\infty} N(r,n)x^n$