Übung zur Vorlesung T4, Blatt 3

1.11.2011

1. **Maxwell Relationen**

   a) Der Druck P und das chemische Potential μ sind intensive Variablen und erfüllen daher

   $$P(\lambda V, \lambda N) = P(V, N), \quad \mu(\lambda V, \lambda N) = \mu(V, N), \lambda \in \mathbf{R}_+ \ .$$

   Zeigen Sie, dass daraus die folgenden Beziehungen resultieren:

   $$V \frac{\partial P}{\partial V} + N \frac{\partial P}{\partial N} = 0, \quad V \frac{\partial \mu}{\partial V} + N \frac{\partial \mu}{\partial N} = 0.$$

   b) Die isotherme Kompressibilität ist gegeben durch

   $$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

   Verwenden Sie das Ergebnis aus a) und die Maxwell Relationen, um zu zeigen dass

   $$\kappa_T = \frac{V}{N^2} \left(\frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_{T,V}$$

2. **Stefan-Boltzmann Gesetz**

Als Photonengas (auch Hohlraumstrahlung oder Strahlung des schwarzen Körpers) bezeichnet man das in einem Resonator (Volumen V) mit perfekt reflektierenden Wänden eingeschlossene elektromagnetische Strahlungsfeld. Nach hinreichend langer Zeit stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, der durch Volumen, Druck und Temperatur charakterisiert ist. Die Energiedichte u des Photonengases ist nur eine Funktion der Temperatur,

$$U(T, V) = u(T)V \ .$$

Der Druck ist gegeben durch

$$p = \frac{1}{3}u(T)$$

a) Berechnen Sie die Entropie $S(V, T)$. Hierbei können Sie benutzen, dass

$$u' = \frac{4u}{T}$$

b) Zeigen Sie die Relation aus Teil a). Es folgt, dass

$$u(T) = \sigma T^4,$$

wobei σ eine Konstante ist.