Übung zur Vorlesung T4, Blatt 8

06.12.2011

1. **Relativistische Energie-Impuls Beziehung**

Gegeben sei ein nicht-wechselwirkendes Gas aus N masselosen Teilchen mit einer relativistischen Energie-Impuls Beziehung

$$H = \sum_{i=1}^{N} c|\vec{p}|_i \ ,$$

c ist die Lichtgeschwindigkeit.

a) Bestimmen Sie die Zustandssumme.

b) Berechnen Sie die Energie E und den Druck P.

2. **Ising Modell, kanonisches Ensemble**

Betrachten Sie ein Kette von N Spins (magnetischen Momenten), wobei die einzelnen Spins jeweils mit ihrem nächten Nachbarn wechselwirken.

$$H = -J \sum_{i=1}^{N-1} s_i s_{i+1}, \quad s_i = \pm 1,$$

J ist eine Kopplungskonstante.

a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme. Gehen Sie hierbei rekursiv vor. Das Ergebnis ist

$$Z = 2(2\cosh \beta J)^{N-1} \ .$$

b) Zeigen Sie $\langle s_j \rangle = 0$, wobei $1 << j << N$.

c) Berechnen Sie den Korrelator $\langle s_i s_j \rangle$, wobei $i < j$. Ergebnis:

$$\langle s_i s_j \rangle = (\tanh \beta J)^{|j-i|} \ .$$

Dies kann man umschreiben als

$$\langle s_i s_j \rangle = e^{-|j-i|/\xi} \ ,$$

wobei

$$\xi = -[\log \tanh \beta J]^{-1} > 0$$

Korrelationslänge heisst. ξ divergiert hier im limes $T \to 0$, was wichtig im Zusammenhang mit Phasenübergängen ist.

3. **Adsorption**

Betrachten Sie ein ideales, einatomiges Gas (die Masse eines Atoms sei m) über einer Oberfläche mit N_0 unterscheidbaren Adsorptionsplätzen. Die Atome können jeden dieser Plätze höchstens einfach besetzen. Durch die Adsorption eines Atoms sinkt die potentielle Energie um $\triangle E = -\varepsilon$. Berechnen Sie den durchschnittlichen Bedeckungsgrad

$$f(T, P) \equiv \frac{\langle n \rangle}{N_0}.$$

Hinweis: Betrachten Sie die Oberfläche als großkanonisches Ensemble.