

Übung zur Vorlesung T4p, Blatt 1

19.10.2009

1. Differentialformen

Sind die folgenden Differentialformen exakt? Falls ja, bestimmen Sie die Funktion, deren Differential sie sind.

- a) $(y - x^2)dx + (x + y^2)dy$
- b) $(2y^2 - 3x)dx - 4xydy$

2. Wegabhängigkeit der Integration

Berechnen Sie das Integral der Differentialform $\omega = \alpha dx + \beta \frac{x}{y} dy$ (α und β sind Konstanten) zwischen den Punkten (a, b) und $(a + 1, b + 1)$ in der xy -Ebene entlang zweier unterschiedlicher Wege

- a) $(a, b) \rightarrow (a + 1, b) \rightarrow (a + 1, b + 1)$.
- b) $(a, b) \rightarrow (a, b + 1) \rightarrow (a + 1, b + 1)$.

(Die angegebenen Punkte sollen jeweils geradlinig verbunden werden.)

3. Rechenregeln für partielle Ableitungen

Von 4 Variablen x, y, z, w seien je zwei unabhängig, die anderen beiden Funktionen davon.

- a) Die Funktionen $x(y, z)$ und $y(x, z)$ sind für festes z zueinander invers, $x = x(y(x, z), z)$. Schliessen Sie:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = 1.$$

- b) Zeigen Sie:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

Hinweis: $x = x(y(z(x, y), x), z(x, y))$, partielle Ableitung nach x .

- c)

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_w + \left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)_y \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_z.$$