

## Übung zur Vorlesung T4p, Blatt 11

---

25.01.2010

### 1. Schottky Anomalie

Wir betrachten ein mikrokanonisches Ensemble aus  $N$  identischen Atomen, von denen sich jedes in einem von zwei Energieniveaus mit den Energien 0 und  $\Delta > 0$  befinden kann. Das untere Niveau sei  $n_1$  fach, das obere  $n_2$  fach entartet (beachten Sie: Dies sind die Entartungsgrade pro Atom).

- Berechnen Sie die Entropie als Funktion der Gesamtenergie.
- Zeigen Sie, dass gilt

$$U(T) = \frac{\Delta N}{1 + \frac{n_1}{n_2} \exp[\frac{\Delta}{kT}]}$$

- Berechnen Sie die Wärmekapazität

$$C(T) = \frac{\partial U}{\partial T}$$

Was ist das Verhalten von  $C(T)$  für  $T/\Delta \rightarrow 0$  und  $T/\Delta \rightarrow \infty$ ?  $C(T)$  durchläuft übrigens ein Maximum, welches man (falls die Atome in einem Festkörper eingebettet sind) als Schottky Anomalie bezeichnet.

### 2. Faktorisierung

Betrachten Sie ein System nicht wechselwirkender gleichartiger Teilchen. Die Hamiltonfunktion des Gesamtsystems ist

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N H_i,$$

wobei  $H_i$  die Hamiltonfunktion des 1-Teilchensystems ist.

- Zeigen Sie folgenden Zusammenhang zwischen der kanonischen Zustandssumme  $Z_1$  des Einteilchensystems und der kanonischen Zustandssumme  $Z_N$  des  $N$ -Teilchensystems

$$Z_N = Z_1^N$$

- Zeigen Sie für ein kanonisches Ensemble mit Zustandssumme  $Z$ : Der Mittelwert der Energie ist gegeben durch

$$\langle E \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$$

- Schliessen Sie aus Teil a) und b), dass die Mittelwerte der Energie  $E_N$  des Einteilchensystems und  $E_N$  des  $N$ -Teilchensystems sich wie folgt verhalten:

$$\langle E_N \rangle = N \langle E_1 \rangle$$