

Übung zur Vorlesung T4p, Blatt 5

16.11.2009

1. Photonengas/Hohlraumstrahlung und Stefan-Boltzmann Gesetz

Als Photonengas (auch Hohlraumstrahlung oder Strahlung des schwarzen Körpers) bezeichnet man das in einem Resonator (Volumen V) mit perfekt reflektierenden Wänden eingeschlossene elektromagnetische Strahlungsfeld. Nach hinreichend langer Zeit stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, der durch Volumen, Druck und Temperatur charakterisiert ist. Die Energiedichte u des Photonengases ist nur eine Funktion der Temperatur,

$$U(T, V) = u(T)V .$$

Der Druck ist gegeben durch

$$p = \frac{1}{3}u(T)$$

[Nebenbemerkung: Dies ergibt sich aus dem Maxwell'schen Spannungstensor

$$T_{ij} = \frac{1}{2}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)\delta_{ij} - E_i E_j - B_i B_j$$

Die Kraft des Feldes $d\vec{F}$ auf ein Flächenelement $d\vec{\sigma}$ ist $dF_i = \sum_j T_{ij} d\sigma_j$. Im Hohlraum ist die Strahlung isotrop, also (im zeitlichen Mittel) $T_{ij} \sim \delta_{ij}$ und $d\vec{F} = p d\vec{\sigma}$. Bilden Sie nun die Spur von $T_{ij} = p(T)\delta_{ij}$, und erhalten Sie daraus p wie angegeben.]

- a) Leiten Sie das Stefan-Boltzmann-Gesetz her

$$u(T) \sim T^4 ,$$

(Benutzen Sie eine Maxwell-Relation.)

- b) Berechnen Sie die Entropie.
c) Berechnen Sie die freie Energie in Potentialform, d.h. als Funktion von T, V .

2. Adiabatische Entmagnetisierung

Eine Methode zur Erzeugung sehr tiefer Temperaturen beruht auf der Adiabatischen Entmagnetisierung eines paramagnetischen Stoffes (magnetokalorischer Effekt). Die Magnetisierung erfüllt das Curie-Gesetz $M = KH/T$ (siehe voriges Aufgabenblatt) und für die spezifische Wärme $c_H(T, H)$ bei festem Magnetfeld gelte $c_H(T, H = 0) = b/T^2$, wobei b und K Konstanten sind. Bestimmen Sie die Entropie $S(T, H)$. (Nutzen Sie hierfür eine Maxwell-Relation.) Schliessen Sie, dass entlang einer Adiabaten ($dS = 0$, S konstant)

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{KH_2^2 + b}{KH_1^2 + b},$$

was < 1 ist, wenn $H_2 < H_1$.