Übung zur Vorlesung T4p, Blatt 6

23.11.2009

1. **Deformation eines Flüssigkeitstropfens**

Die Oberfläche A eines Flüssigkeitstropfens soll reversibel durch Verformung (bei konstantem Volumen) vergrössert werden. Dazu muss die Arbeit σdA aufgewendet werden, so dass die Änderung dU der inneren Energie U durch

$$dU = TdS + \sigma dA$$

gegeben ist. Die Oberflächenspannung σ sei dabei durch

$$\sigma(T) = \eta \left(1 - \frac{T}{T_0}\right) \quad , \quad T < T_0$$

mit einer Konstanten $\eta > 0$ gegeben. Die Wärmekapazität C_A bei konstanter Oberfläche A sei unabhängig von der Temperatur.
Im Folgenden sollen Prozesse bei konstantem Volumen betrachtet werden.

a) Beweisen sie die Relation

$$\left(\frac{\partial T}{\partial A}\right)_S = \frac{T}{C_A} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_A$$

mit Hilfe einer Maxwell-Relation.

b) Geben Sie das Differential dF der freien Energie $F(T, A)$ an und berechnen sie F mit der Bedingung $F(T_0, A) = 0$.

c) Bestimmen Sie die Änderung der Entropie bei Änderung der Oberfläche um dA in einem isothermen Prozess, d.h. bestimmen Sie $(\partial S/\partial A)_T$ mit Hilfe einer Maxwell-Relation. Nimmt die Entropie S bei Vergrösserung der Oberfläche zu oder ab?

2. **Joule Thomson Prozess**

Wir betrachten eine Röhre mit thermisch isolierten Wänden. Zwei Teilbereiche sind durch eine poröse Wand getrennt. In der Röhre strömt nun ein Gas durch diese poröse Wand. Der Druck an den beiden Seiten der Wand werde konstant gehalten, d.h. p_1 an der linken Seite der Wand bleibt konstant, und p_2 an der rechten Seite ebenfalls; $p_1 > p_2$ für einen Gasstrom von links nach rechts. Der Gasstrom ist adiabatisch und irreversibel.

Untersucht werden soll die Frage, wie die Temperatur des Gases sich beim Durchströmen ändert.

a) Zeigen Sie, dass die Enthalpie H konstant bleibt.

b) Folgern Sie: Für ein ideales Gas findet keine Temperaturänderung statt.

c) Das Gas erfährt beim Durchströmen eine Erwärmung oder eine Abkühlung je nach Vorzeichen von $(\frac{\partial T}{\partial p})_H$. Die Kurve, die die beiden Gebiete im p-T Diagramm trennt, heisst Inversionskurve. Zeigen Sie, dass sie der Gleichung

$$T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V = 0$$

genügt. (D.h. $(\frac{\partial T}{\partial p})_H = 0$ ist äquivalent zu dieser Gleichung.)