WS 2004/2005
27.1.05

Stringtheorie I
Prof. Dieter Lüst

Übungsblatt 11

1. T–Dualität für den offenen String

Wir kompaktifizieren wiederum die Koordinate X^{25} auf einem Kreis mit Radius R, also $X^{25} \sim X^{25} + 2\pi RL,\ L \in Z$, betrachten nun aber den offenen String. Er erfüllt Neumann Randbedingungen:

$$\partial_\sigma X^\mu|_{\sigma=0,\pi}.$$

(i) Finde die Modenexpansion für $X^{25} = X_R^{25} + X_L^{25}$.

(ii) Finde die Modenexpansion für $X^{25} = X_R^{25} + X_L^{25}$ für den Fall, dass der String in der 25–Richtung nicht Neumann–, sondern Dirichlet-Randbedingungen erfüllt (die allerdings 26-D Poincaré–Invarianz verletzen):

$$\partial_\tau X^{25}|_{\sigma=0,\pi} = 0, \text{ somit } X^{25}|_{\sigma=0,\pi} = c.$$

(iii) Nun führen wir T–Dualität durch für die Fälle (i) und (ii), d.h. wir betrachten die neue Koordinate $\widetilde{X}^{25} = X_L^{25} - X_R^{25}$ und den T–dualen Radius $\widetilde{R} = \sqrt{2}/R$. Was geschieht mit den Randbedingungen? Wie können sich die Enden des Strings vor und nach dem Dualisieren bewegen? Wie kann man das interpretieren?

(iii) Finde den Ausdruck für die Massenquadratsoperatoren $m^2,\ m_L^2,\ m_R^2$ für den Fall (i) und betrachte das masselose Spektrum.

2. Konforme Feldtheorie: Freie Skalar-Theorie

Die folgende Aufgabe dient zur Vorbereitung für die Berechnung von String–Amplituden, vgl. nächstes Übungsblatt.

Wir betrachten das freie, masselose Skalarfeld $X(z,\overline{z})$ mit der Wirkung

$$S = \frac{1}{4\pi} \int d^2 z \partial X(z,\overline{z}) \overline{\partial} X(z,\overline{z}).$$

Die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichungen ist $X(z,\overline{z}) = X(z) + \overline{X}(\overline{z})$. Die Propagatoren für Rechts- und Linksläufer sind

$$\langle X(z)X(w)\rangle = -\log(z-w), \quad \langle \overline{X}(\overline{z})\overline{X}(\overline{w})\rangle = -\log(\overline{z}-\overline{w}).$$

Die Normalordnung ist definiert als

$$: \phi_i(z)\phi_j(z) := \lim_{w\to z} (\phi_i(z)\phi_j(w) - \text{Pole}).$$

(i) Berechne den Energie-Impulstensor aus der Variation der Wirkung unter infinitesimalen Koordinatentransformationen $\delta z = \xi,\ \delta\overline{z} = \overline{\xi}$:

(ii) Berechne das Operatorprodukt von $T(z)$ mit $\partial X(z)$. Was ist die konforme Dimension h von $\partial X(z)$?

(iii) Berechne das Operatorprodukt von $T(z)$ mit $: e^{i\alpha X(w)} :$. Was ist die konforme Dimension h von $: e^{i\alpha X(w)} :$?

(iv) Berechne das Operatorprodukt von $\partial X(z)$ mit $\partial X(w)$.

(v) Berechne das Operatorprodukt von $\partial X(z)$ mit $: e^{i\alpha X(w)} :$.

(vi) Berechne das Operatorprodukt von $: e^{i\alpha X(z)} :$ mit $: e^{i\beta X(w)} :$.

Tip: Wick-Theorem