

Statistische Methoden zur Beschreibung der Galaxienverteilung

Martin Kerscher*

7. Mai 2004

1 Kosmologische Grundlagen

Die Modellbildung in der Kosmologie wurde seit den ersten Anfängen bis in das letzte Jahrhundert hinein oft mehr von philosophischen bzw. religiösen Prinzipien geleitet als durch Beobachtungen (Kanitscheider, 1991). Gerne wird betont, dass die Kosmologie mit der Messung der Mikrowellenhintergrundstrahlung zur empirischen Wissenschaft wurde (Peebles, 1993). Eine weitere, wesentliche Beobachtung, die alle kosmologische Modelle erklären müssen, ist die Verteilung der Galaxien im Raum. Im Rahmen dieser Arbeit interessieren wir uns für die statistische Beschreibung der Galaxienverteilung.

1.1 Das homogene, expandierende Universum

Die derzeitige, immer besser bestätigte, Arbeitshypothese in der Kosmologie ist, dass wir uns in einem expandierenden, zu Anfang heißen Universum befinden. Wir nehmen an, dass unser Universum, zumindest zu frühen Zeiten, sehr gut durch eine homogene und isotrope Verteilung der Materie beschrieben werden kann. Mit zusätzlichen Forderungen (siehe z.B. Goenner 1994) ist die Dynamik eines solchen homogenen und isotropen Universums bereits bestimmt. Einige Lösungen dieser Dynamik zeigen eine Anfangssingularität, das heißt einen Zustand mit hoher Dichte und mit hohen Temperaturen. Dieser wird oft als Urknall oder „Big Bang“ bezeichnet (siehe auch Waterson 1993). Es folgt eine Expansion, in deren Verlauf die Dichte und die Temperatur abnimmt. Ist das Universum weit genug abgekühlt, so wird es für Photonen durchsichtig. Die Photonen von dieser „letzten Streufläche“ können wir als Mikrowellenhintergrundstrahlung detektieren. Die Beobachtung eines isotropen Mikrowellenhintergrunds unterstützt das eben beschriebene Urknall-Modell unseres Universums. Neben der Isotropie der Mikrowellenhintergrundstrahlung ist das nahezu perfekte Schwarzkörperspektrum ein deutlicher Hinweis auf eine beinahe homogene Materieverteilung

*www.martin.kerscher.name

zu frühen Zeiten (Peebles, 1993). Die Annahme, dass unser Universum zur Entstehungszeit des Mikrowellenhintergrunds annähernd homogen *war*, ist daher plausibel.

1.2 Großräumige Strukturen im Universum

In unserer näheren Umgebung hingegen ist die Verteilung der Materie inhomogen und stark strukturiert. Strukturen sind nicht nur innerhalb unserer Galaxie und auf kleineren Skalen zu beobachten, sondern auch in der räumlichen Verteilung der Galaxien selbst. In Abbildung 1 sind Projektionen der Galaxienverteilung aus zwei benachbarten Segmenten des CfA2-Kataloges (Huchra et al., 1990, 1995) dargestellt. Wir erkennen deutlich das durch die Gravitation verursachte Klumpen der Galaxien; große Galaxienhaufen werden durch Linien (Filamente) und Flächen (Sheets, Pancakes) verbunden. In der Überlagerung der beiden Segmente sehen wir, dass die große Struktur, die sich quer durch die Stichprobe zieht, nicht ein Artefakt der Projektion ist, sondern dass vielmehr eine große, flächige Struktur senkrecht zu beiden Segmenten steht.

Untersucht man die anfangs beschriebenen Modelle des Universums genauer, so zeigt es sich, dass kleine Abweichungen von der zu Anfang homogenen Massenverteilung anwachsen. Anders gesagt, homogene Lösungen der dynamischen Gleichungen sind instabil gegen Störungen – kleine Materieklumpen ziehen zusätzliche Materie an und werden so größer (siehe z.B. Padmanabhan 1993). Mit Modellen für diese kleinen Schwankungen in der Anfangsdichteverteilung und mit verschiedenen Approximationen für die Dynamik dieser Störungen versuchen wir das Klumpen der Galaxien und die Bildung von großräumigen Strukturen zum heutigen Zeitpunkt zu erklären (Sahni and Coles, 1995). Die von diesen Modellen vorhergesagte räumliche Verteilung von Galaxien kann mit der tatsächlich beobachteten Galaxienverteilung verglichen werden. Dieser Vergleich findet nicht Punkt für Punkt statt, sondern mittels statistischer Eigenschaften der Punktverteilung.

2 Statistik der Galaxienverteilung

Unser Universum ist, wie der Name schon sagt, einzigartig. Wie können uns hier *statistische* Methoden weiter helfen? Der Grundgedanke für eine statistische Interpretation ist, dass wir die beobachtete Galaxienverteilung als Realisierung eines stochastischen Modells begreifen. In Beobachtungen erkennen wir Galaxien als isolierte Objekte, daher idealisieren wir Galaxien vorerst als Punkte im Raum. Dies erlaubt uns z.B. die beobachtete Galaxienverteilung, wie in Bild 1, mit dem Ergebnis von Simulationen wie in Bild 2 zu vergleichen. Die Massenverteilung in Bild 2 wurde numerisch bestimmt. Als Modell für die Anfangsfluktuationen und die zeitliche Entwicklung wurde ein sogenanntes Λ CDM Szenario gewählt (siehe Jenkins et al. 1998). Die nahezu homogene Verteilung von Masseiteilchen am Anfang fängt an unter der Schwerkraft zu klumpen. Es bilden sich nicht nur isolierte Haufen, sondern es entsteht ein komplexes Netzwerk, das mit

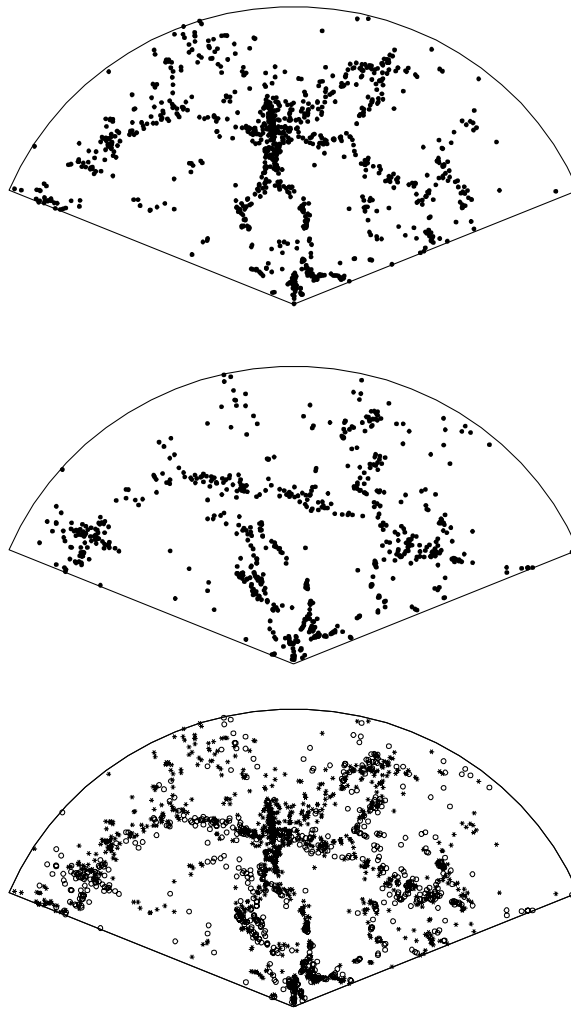


Abbildung 1: In diesen Bildern sehen wir die räumliche Verteilung von Galaxien in zwei näherungsweise zweidimensionalen Schnitten durch den Raum. Unsere Position ist an der unteren Spitze dieser Segmente. Das untere Bild zeigt die Überlagerung der beiden benachbarten Segmente. Es sind Galaxien aus dem CfA2-Katalog mit Größenklasse ≤ 15.5 und einem radialen Abstand bis $120h^{-1}\text{Mpc}$ gezeigt.

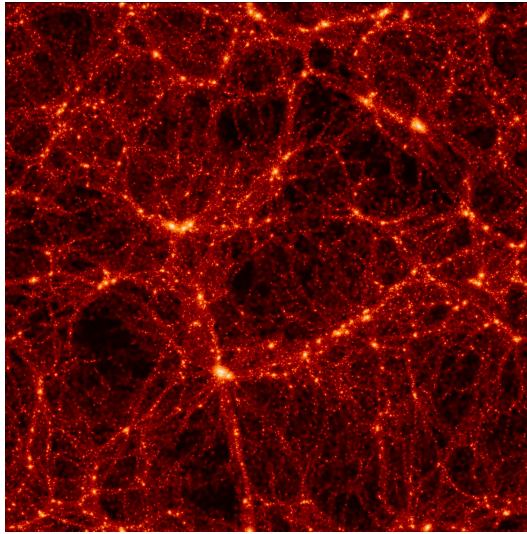


Abbildung 2: Bild einer simulierten Massenverteilung im Universum (siehe <http://www.mpa-garching.mpg.de/Virgo/virgoproject.html>). Hohe Massendichten sind hell dargestellt. Galaxien bilden sich vorrangig an den dichten Stellen dieser Massenverteilung.

den beobachteten Strukturen in der Galaxienverteilung verglichen werden kann. Ähnliche „Strichmännchen“ wie in Bild 1 lassen sich auch in Bild 2 ausmachen. Solch ein qualitativer Vergleich muss jedoch quantifiziert werden. Klassische und oft verwendete statistische Größen für solch einen Vergleich sind die Dichte und Zweipunktdichte, die ich im folgenden vorstellen werde. Es gibt darüber hinaus auch andere, sehr anschauliche, geometrische Größen zur Beschreibung der Galaxienverteilung, die Minkowskifunktionale (siehe meinen Beitrag zur IWAA 1996 oder Kerscher 2000).

2.1 Die Teilchendichte

Die einfachste statistische Größe einer Punktverteilung, wie zum Beispiel der Galaxienverteilung, ist deren Teilchendichte ρ . Aus einer beobachteten Punktverteilung kann man ρ schätzen, indem man die Anzahl der Punkte in der Stichprobe, durch das Volumen der Probe teilt. Die statistische Interpretation von ρdV ist die Wahrscheinlichkeit, einen Punkt im Volumenelement dV zu finden (siehe Bild 3). Zum Vergleich mit Modellen wird nicht direkt die Teilchendichte der Galaxien verwendet sondern meist eine differentielle Form, die Leuchtkraftfunktion. Es wird dann die Dichte der Galaxien in einem Leuchtkraftintervall mit Modellen und Simulationen verglichen (Martínez and Saar, 2001). Weder die Leuchtkraftfunktion noch die Dichte selbst sagen etwas über die Strukturen aus, wie sie in Bild 1 zu sehen sind.

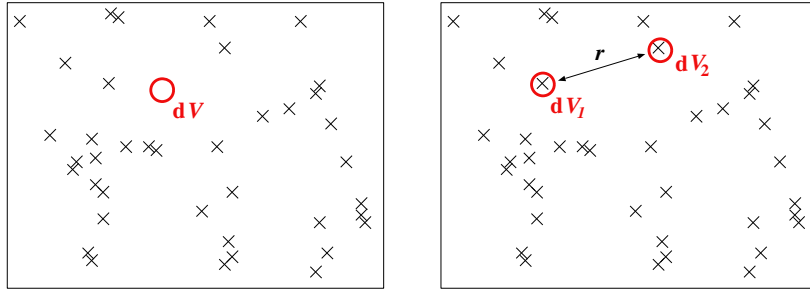


Abbildung 3: Das Bild links illustriert die Definition der Teilchendichte, das Bild rechts die Definition der Zweipunktdichte.

2.2 Die Paarkorrelationsfunktion

Die Paarkorrelationsfunktion oder Zweipunktdichte erlaubt uns erste quantitative Aussagen über Strukturen in der Galaxienverteilung. Ganz analog zur Teilchendichte ρ definiert man die Zweipunktdichte:

$$\rho_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) dV_1 dV_2 \quad (1)$$

ist die Wahrscheinlichkeit, zwei Punkte $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ in den (disjunkten, infinitesimalen) Raumgebieten dV_1 und dV_2 zu finden (siehe Bild 3). Ist in einer Punktverteilung weder ein verstärktes Klumpen, noch eine Abstoßung der Punkte zu beobachten, so zeigt sich dies typischerweise in einer Zweipunktdichte, die unabhängig vom Abstand der Punkte und gleich der Punktdichte zum Quadrat ist: $\rho_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \rho^2$. Daher definiert man die Korrelationsfunktion $\xi(r)$, um die Abweichung von einer unkorrelierten Punktverteilung zu quantifizieren:

$$\rho_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \rho^2 (1 + \xi(r)) \quad (2)$$

mit dem Abstand $r = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ der beiden Punkte. In einer klumpenden Punktverteilung ist $\xi(r) > 0$, in einer regulären Punktverteilung ist $\xi(r) < 0$.

Zuerst ein nicht-kosmologisches Beispiel. In Bild 4 sehen wir die Verteilung von Strandkörben an einem Nordseestrand und die Korrelationsfunktion $\xi(r)$ zu dieser zweidimensionalen Punktverteilung. Für kleine Abstände ist $\xi(r) < 0$, dies bedeutet, dass im Mittel nur wenige Paare von Strandkörbe mit Abstand $r < 4$ m zu finden sind. Für größere Abstände oszilliert $\xi(r)$ um die Null. Der typische Abstand zum nächsten Strandkorb ist durch das erste Maximum bei rund 5,5 m gegeben, der typische Abstand zum übernächsten Nachbarn durch das zweite Maximum. Diese Paarkorrelationsfunktion der Strandkörbe ähnelt sehr stark der von Molekülen in einer Flüssigkeit kurz vor dem Gefrieren. Der Analogieschluß, dass es eine abstoßende Wechselwirkung zwischen Strandkörben bzw. den Feriengästen gibt, ist sicher nur zum Teil richtig. Wichtiger dürfte die Art und Weise sein, wie die Strandkörbe platziert werden: periodisch links und rechts vom Lastwagen herunter. Das Bild der Strandkörbe ändert sich, je

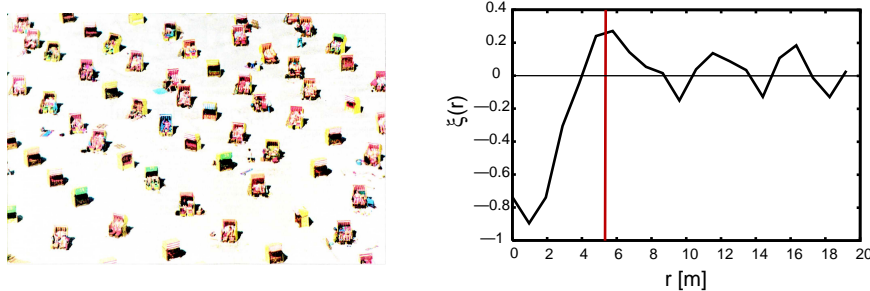


Abbildung 4: Links eine Aufnahme der Strandkorbverteilung an der Deutschen Nordseeküste, rechts die Paarkorrelationsfunktion dieser Strandkorbverteilung. Die Paarkorrelationsfunktion $\xi(r)$ ist gegen den Abstand r von Strandkorb-Paaren aufgetragen. Der typischen Abstand zum nächsten Strandkorb mit rund 5,5 m ist markiert (Längenskala geschätzt).

weiter der Sommer fortgeschritten ist. Es bilden sich dann auch Klumpen von Strandkörben, wie wir die ersten rechts oben in Bild 4 erkennen.

2.3 Die Korrelationsfunktion der Galaxienverteilung

Die Paarkorrelationsfunktion in Bild 5 wurde aus den Galaxien in Bild 1 bestimmt. Sie ist typisch für die Paarkorrelationsfunktion der Galaxienverteilung. $\xi(r)$ ist größer als Null auf allen hier gezeigten Skalen und wächst an, wenn der Abstand r verringert wird. Dies bedeutet ein starkes Klumpen der Galaxien, was auch wegen der rein anziehenden Gravitationskraft zu erwarten war. Im Gegensatz zur Verteilung von Molekülen in Flüssigkeiten und von Strandkörben gibt es keine ausgezeichnete Skala, wie aus der näherungsweise skaleninvarianten Form (einem Potenzgesetz) $\xi(r) \propto r^{-1,7}$ der Korrelationsfunktion zu sehen ist.

Die beobachtete Galaxienverteilung kann mit numerischen Modellen verglichen werden. In einer sogenannten N -Körperrechnungen wird zuerst die Verteilung der Materie durch diskrete (Fluid-)Teilchen beschrieben. Für diese Teilchen werden die Newtonschen Bewegungsgleichungen mit der Gravitationskraft als Wechselwirkung numerisch gelöst (siehe Bild 2). Die Korrelationsfunktion solch einer Massenverteilung kann direkt mit der Korrelationsfunktion der Galaxienverteilung verglichen werden. In Bild 6 sehen wir einen solchen Vergleich. Die Simulation stammt von Weinberg et al. (2004). Wir erkennen, dass die Korrelationsfunktion für die beobachteten Daten und die Simulation weitgehend übereinstimmen. Diese Übereinstimmung ist ein wesentliches Argument für die diesen Modellen zugrunde liegende Annahme, dass gravitative Instabilität für die Bildung der Strukturen in der Galaxienverteilung verantwortlich ist. Die Unterschiede zwischen Beobachtung und Simulation, sowie die Abweichungen von der skaleninvarianten Form können uns Informationen über die detaillierten Vorgänge bei der Galaxienbildung liefern.

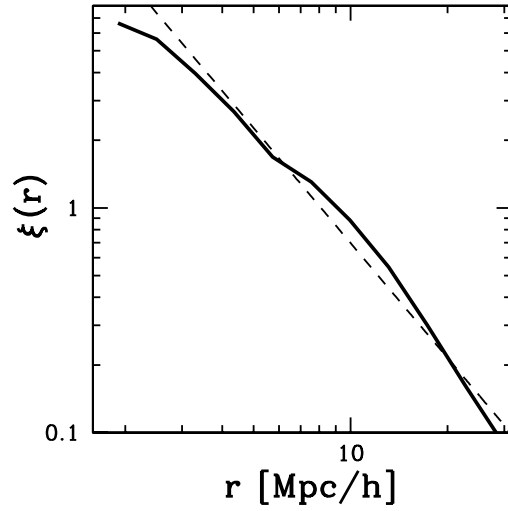


Abbildung 5: Die Korrelationsfunktion $\xi(r)$ der Galaxienverteilung (durchgezogene Linie) aufgetragen gegen den Abstand von Galaxienpaaren r . Die Verteilung der Galaxien ist in Bild 1 gezeigt. Die gestrichelte Linie ist eine skaleninvariante Korrelationsfunktion mit $\xi(r) \propto r^{-1.7}$.

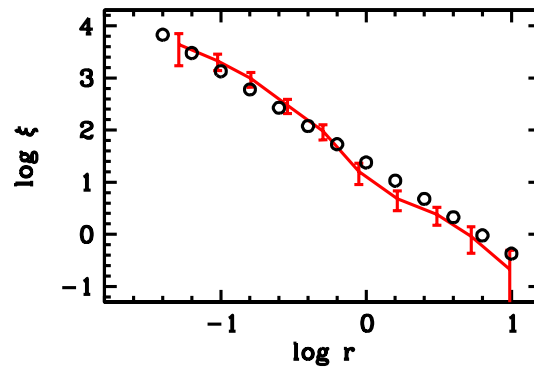


Abbildung 6: Das Bild aus Weinberg et al. (2004) zeigt die Paarkorrelationsfunktion $\xi(r)$ der Galaxienverteilung (Kreise), bestimmt aus dem Sloan Digital Sky Survey, aufgetragen gegen den Abstand r der Galaxienpaaren. Diese Beobachtung wird mit der Paarkorrelationsfunktion von Galaxien aus einer Simulationsrechnung verglichen (durchgezogene Linie).



Abbildung 7: Diese drei unterschiedlichen Galaxien wurden im Abschnitt 2 als Punkte behandelt. Links eine elliptische Galaxie (NGC4753), in der Mitte eine Spiralgalaxie (NGC5334) und rechts eine „Low Surface Brightness“ Galaxie (UGC 07322). Die Bilder stammen vom SDSS Skyserver (<http://skyserver.sdss.org/>, Abazajian et al. 2003.)

3 Korrelationen von Galaxieneigenschaften

Bisher haben wir Galaxien als Punkte idealisiert. Eigenschaften der Galaxien, wie Ihre Morphologie oder Leuchtkraft haben keine Rolle gespielt. Wie wir in Bild 7 sehen, sind Galaxien jedoch sehr unterschiedlich. Im folgenden werden wir diese Eigenschaften und speziell ihr Zusammenspiel mit den in Abschnitt 2 untersuchten räumlichen Korrelationen analysieren.

Zur Beschreibung der Galaxienverteilung bietet sich eine markierte Punktverteilung an. Wir haben wie bisher den Ort jeder Galaxie, \mathbf{x} . An jede dieser Galaxienpositionen kleben wir eine Marke m . Marken können diskret sein, z.B. der morphologische Typ der Galaxie (elliptisch, spiral, irregulär, etc.), aber auch reellwertig wie die Leuchtkraft der Galaxie. Eine Beschreibung mit einer markierten Punktverteilung ist nicht nur bei der Untersuchung von Galaxien von Interesse. Markenkorrelationen werden erfolgreich in der Geologie, Mineralogie und der Biologie eingesetzt (Stoyan and Stoyan, 1992). Z.B. kann die Position von Bäumen und ihr Durchmesser als markierte Punktverteilung beschrieben und untersucht werden.

3.1 Markenkorrelationen

Analog zur bisherigen Beschreibung einer Punktverteilung lässt sich eine markierte Punktverteilung ebenfalls mit Korrelationsfunktionen beschreiben. Wie in Abschnitt 2.1 beginnen wir mit der Einpunktdichte $\rho^M(m, \mathbf{x})$, die nun auch von der Marke m abhängt. Die Einpunktdichte

$$\rho^M(m, \mathbf{x})dV dm = M_1(m)dm \rho dV, \quad (3)$$

ist die Wahrscheinlichkeit einen Punkt mit Marke m im Intervall $[m, m + dm]$ und im Volumenelement dV zu finden. Diese Wahrscheinlichkeitsdichte kann

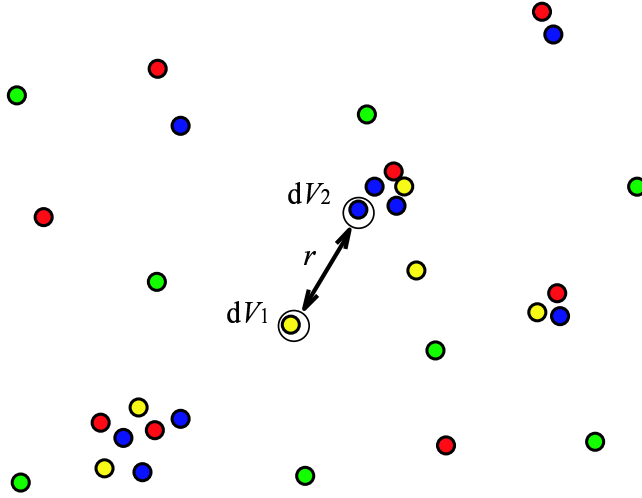


Abbildung 8: Eine markierte Punktverteilung, die Marken sind hier die Farben. Die Korrelationen von inneren Eigenschaften und der räumlichen Verteilung können mit Hilfe der Zweipunkt-Markendichte (Gleichung 5) charakterisiert werden.

für homogene Punktverteilungen in den rein räumlichen Anteil ρdV und einen rein markenabhängigen Teil $M_1(m)dm$ faktorisiert werden. Den räumlichen Teil, die Teilchendichte ρ , kennen wir bereits aus Abschnitt 2.1. Die Einpunkt-Markendichte $M_1(m)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Markenverteilung. Wir erhalten den Mittelwert \overline{m} der Marken durch

$$\overline{m} = \int dm M_1(m)m. \quad (4)$$

Die Markendichte $M_1(m)$ gibt uns daher etwa Auskunft über die Leuchtkraftverteilung der Galaxien, oder über die Häufigkeit elliptischer Galaxien im Verhältnis zu Spiralgalaxien. Wir lernen jedoch nichts über die räumliche Abhängigkeit dieses Verhältnisses.

In Bild 8 ist eine Punktverteilung mit farbigen Marken dargestellt. Wir erkennen, dass die grünen Punkte andere Punkten meiden; rote und blaue Punkte sind oft nahe zusammen; die blauen Punkte zeigen ein stärkeres klumpen als alle anderen und die gelben Punkte sind meist in der Nähe von roten und blauen Punkten. Zur Quantifizierung dieser Beobachtungen verwenden wir die Zweipunkt-Markendichte (Stoyan and Stoyan, 1992):

$$\begin{aligned} \rho_2^{SM}((\mathbf{x}_1, m_1), (\mathbf{x}_2, m_2)) dm_1 \rho dV_1 dm_2 \rho dV_2 &= \\ &= M_2(m_1, m_2 | r) \rho^2 (1 + \xi_2(r)) dm_1 \rho dV_1 dm_2 \rho dV_2 \end{aligned} \quad (5)$$

ist die Wahrscheinlichkeit, einen Punkt mit Marke m_1 in $[m_1, m_1 + dm_1]$ im Volumenelement dV_1 und einen Punkt mit Marke m_2 in $[m_2, m_2 + dm_2]$ im Volumen-

element dV_2 zu finden. Zur Illustration siehe Bild 8. Wie bei der Einpunktdichte $\rho^M(m, \mathbf{x})$ faktorisiert die Zweipunkt–Markendichte $\rho_2^{SM}((\mathbf{x}_1, m_1), (\mathbf{x}_2, m_2))$ in den bereits bekannten räumlichen Anteil $\rho^2 (1 + \xi_2(r))$ mit der Paarkorrelationsfunktion $\xi(r)$ und den Markenanteil $M_2(m_1, m_2|r)$.

Im Gegensatz zu Gleichung 3 ist die vollständige Faktorisierung in unabhängige räumliche und Marken–Komponenten nicht mehr möglich; $M_2(m_1, m_2|r)$ ist eine *bedingte* Dichte. $M_2(m_1, m_2|r)dm_1dm_2$ ist die Wahrscheinlichkeit auf Punkt 1 die Marke in $[m_1, m_1 + dm_1]$ und auf Punkt 2 die Marke in $[m_2, m_2 + dm_2]$ zu finden, *unter der Bedingung*, dass die Punkte zueinander den Abstand $r = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ einnehmen. Ist die Verteilung der Marken unabhängig von der räumlichen Verteilung, so gilt

$$M_2(m_1, m_2|r) = M_1(m_1)M_1(m_2). \quad (6)$$

Wir haben nun die größtmögliche Trennung von räumlichen Korrelationen und den Markenkorrelationen erreicht. Mit $\xi(r)$ quantifizieren wir die räumlichen Korrelationen, mit $M_2(m_1, m_2|r)$ messen wir die paarweise Korrelation der Marken auf Punkten im Abstand r .

$M_2(m_1, m_2|r)$ ist von drei Größen (m_1, m_2 und r) abhängig und eignet sich daher nur bedingt für quantitative Untersuchungen. Eine passende Mittelwertbildung erlaubt es uns, die Information zu komprimieren. Als sehr anschauliche Größe bietet sich der Mittelwert auf Paaren an:

$$k_m(r) = \int dm_1 \int dm_2 \frac{m_1 + m_2}{2\bar{m}} M_2(m_1, m_2|r) \quad (7)$$

ist das Verhältnis der mittleren Marken auf Paaren im Abstand r zum Mittelwert \bar{m} über alle Marken. Nicht nur $\frac{m_1+m_2}{2\bar{m}}$ wird als Gewicht verwendet, auch andere Marken–Korrelationsfunktionen liefern interessante Resultate (Stoyan and Stoyan, 1992; Beisbart et al., 2002).

3.2 Leuchtkraftsegregation

Als Beispiel untersuchen wir im folgenden die Galaxienverteilung mit der Leuchtkraft als Marke. In Bild 9 sehen wir zuerst die reine Galaxienverteilung des Southern Sky Redshift Surveys 2 (SSRS2, da Costa et al. 1998) sowie die gleiche räumliche Galaxienverteilung, wobei nun die Größe der Punkte proportional zur Leuchtkraft der Galaxien gewählt wurde. Die Strukturen, wie Leerräume und Filamente erscheinen im zweiten Bild wesentlich deutlicher.

Um diese Beobachtung zu quantifizieren, untersuchen wir die Galaxienverteilung mit der Markenkorrelationsfunktion $k_m(r)$. Als Marke verwenden wir die Leuchtkraft der Galaxien. Ist die Verteilung der Leuchtkräfte unabhängig von der räumlichen Galaxienverteilung, so erwarten wir nach Gleichung 6 ein $k_m(r) = 1$.

In Bild 10 sehen wir eine deutliche Abweichung von einer rein zufälligen Verteilung der Leuchtkräfte auf den Galaxienpositionen. Das $k_m(r) > 1$ für Galaxienpaare mit Abständen $r < 12h^{-1}\text{Mpc}$ zeigt, dass diese Galaxienpaare



Abbildung 9: Oben sehen wir die Galaxienverteilung eines Teils des Southern Sky Redshift Survey 2 (SSRS2, da Costa et al. 1998). Unten die gleiche Galaxienverteilung – die Größe der Punkte ist nun proportional zur Leuchtkraft der Galaxien.

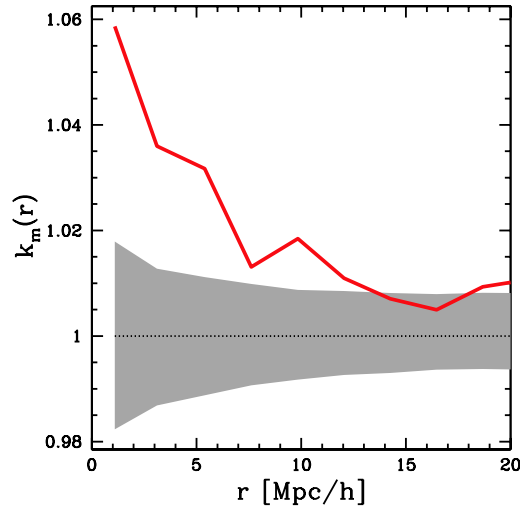


Abbildung 10: Die Markenkorrelationsfunktion $k_m(r)$ der Galaxien im SSRS2 (rote Linie) aufgetragen gegen den Abstand r der Galaxienpaare. Als Marke wurde die Leuchtkraft der Galaxien verwendet. Der schattierte Bereich um $k_m(r) = 1$ markiert den Wertebereich in dem $k_m(r)$ liegen würde, wenn keine Leuchtkraftsegregation vorhanden wäre.

leuchtstärker sind als die Galaxien im Mittel. Das Signal von $k_m(r)$ ist klein: eine um 6% erhöhte Leuchtkraft für Galaxienpaaren mit Abstand $r = 1h^{-1}\text{Mpc}$, die Abweichung ist jedoch signifikant. Das erkennen wir am besten, wenn wir Positionen der Galaxien beibehalten aber die Leuchtkräfte zufällig durchmischen. Dies entspricht genau der Annahme von keiner Leuchtkraftsegregation (siehe Gleichung 6). Wir wiederholen dies mehrmals und erhalten eine Fluktuationbereich um $k_m(r) = 1$. Das ursprüngliche Signal $k_m(r) > 1$ ist deutlich ausserhalb dieses ein- σ Bereich.

4 Zusammenfassung

Zur Untersuchung der beobachteten Galaxienverteilung wird häufig die Paarkorrelationsfunktion verwendet. An einem nicht-kosmologischen Beispiel haben wir gezeigt, wie man Eigenschaften einer Punktverteilung aus der Paarkorrelationsfunktion ablesen kann. Mit der Paarkorrelationsfunktion der Galaxien konnten wir die Auswirkungen der Gravitation auf die räumliche Verteilung der Galaxien, das starke Klumpen, quantitativ beschreiben. Die Paarkorrelationsfunktion erlaubt uns einen Vergleich von Beobachtungen mit numerischen Modellrechnungen zur Galaxienbildung. Nicht nur räumliche Korrelationen wurden von uns untersucht. Speziell das Zusammenspiel der Markenkorrelationen mit

den räumlichen Korrelationen ist von Interesse. Hier konnten wir zeigen, dass es deutliche Segregationseffekte in der Leuchtkraftverteilung auf den Galaxien gibt. Korrelationsfunktionen und Markenkorrelationsfunktionen sind universell einsetzbare statistische Methoden und werden nicht nur bei der Untersuchung der Galaxienverteilung verwendet. Ich hoffe, dass ich die Grundlagen und das Verständnis für die Interpretation solcher Korrelationsfunktionen schaffen konnte.

Danksagung

Ein großes Dankeschön an die Organisatoren Andi Kronawitter und Georg Lerner und an die Mitglieder der Sternwarte Max Valier und die Gemeinde Steinegg als sehr aufmerksame Gastgeber.

Literatur

- Abazajian, K., et al. (2003): The First Data Release of the Sloan Digital Sky Survey. *AJ*, **126**, 2081.
- Beisbart, C., Kerscher, M., and Mecke, K. (2002): Mark correlations: relating physical properties to spatial distributions. In K. R. Mecke and D. Stoyan, eds., *Morphology of Condensed Matter Physics and Geometry of Spatially Complex Systems*, number 600 in Lecture Notes in Physics, pages 358–390. Springer Verlag, Berlin.
- da Costa, L. N., et al. (1998): The Southern Sky Redshift Survey. *AJ*, **116**, 1–7.
- Goenner, H. (1994): *Einführung in die Kosmologie*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg.
- Huchra, J. P., Geller, M. J., and Corwin Jr., H. G. (1995): The CfA Redshift Survey: Data for the NGP + 36 Zone. *ApJS*, **99**, 391–403.
- Huchra, J. P., Geller, M. J., De Lapparent, V., and Corwin Jr., H. G. (1990): The CfA Redshift Survey – Data for the NGP + 30 Zone. *ApJS*, **72**, 433–470.
- Jenkins, A., et al. (1998): Evolution of Structure in Cold Dark Matter Universes. *ApJ*, **499**, 20–40.
- Kanitscheider, B. (1991): *Kosmologie*. Philipp Reclam jun., Stuttgart, 2nd edition.
- Kerscher, M. (2000): Statistical Analysis of Large-Scale Structure in the Universe. In K. R. Mecke and D. Stoyan, eds., *Statistical Physics and Spatial Statistics: The art of analyzing and modeling spatial structures and pattern formation*, number 554 in Lecture Notes in Physics. Springer Verlag, Berlin. Astro-ph/9912329.

- Martínez, V. J. and Saar, E. (2001): *Statistics of the Galaxy Distribution*. Chapman and Hall, London.
- Padmanabhan, T. (1993): *Structure formation in the Universe*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Peebles, P. J. E. (1993): *Principles of physical cosmology*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Sahni, V. and Coles, P. (1995): Approximation methods for nonlinear gravitational clustering. *Physics Rep.*, **262**, 1–135.
- Stoyan, D. and Stoyan, H. (1992): *Fraktale, Formen, Punktfelder*. Akademie Verlag, Berlin.
- Waterson, B. (1993): *The days are just packed*. Warner Books, London. p. 101.
- Weinberg, D. H., et al. (2004): Galaxy Clustering And Galaxy Bias In A Λ CDM Universe. *ApJ*, **601**, 1–21.