

## Probeklausur STATISTISCHE PHYSIK PLUS

NAME: .....

MATRIKEL NR.: .....

Bitte beachten:

- Schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt;
- Schreiben Sie jede Aufgabe auf ein eigenes Blatt (erleichtert die Korrektur);
- Erlaubtes Material: Eine Formelsammlung à la Bronstein, ein beschriebenes DIN A4 Blatt;
- Dauer: 180 Minuten.

**Viel Glück!**

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\Sigma$
Punkte						

# Aufgabe 1: Kurze Fragen (33 Punkte)

(a) Was ist ein quasistatischer Prozeß?

(b) Ist das Verhältnis  $C_p/C_V$  der Wärmekapazitäten bei konstantem Druck und konstantem Volumen für Gase immer größer, gleich oder kleiner als 1? Begründen Sie Ihre Antwort physikalisch.

(c) Ein Gas befinde sich ursprünglich in einem durch  $(V_1, T_1, N)$  charakterisierten Zustand und wird durch eine Zustandsänderung in einen durch  $(V_2, T_2, N)$  charakterisierten Zustand gebracht. Dies kann auf unterschiedliche Weisen (also auf unterschiedlichen Wegen im Zustandsraum) erfolgen. Geben Sie für die folgenden Größen an, ob sie wegunabhängig sind oder nicht.

(i) Aufgenommene/abgegebene Wärme,

(ii) Helmholtz freie Energie,

(iii) Druck,

(iv) Energiedichte  $E/V$ .

Begründen Sie Ihre Antwort für diejenigen Größen, von denen Sie meinen, daß sie wegunabhängig sind.

(d) Welcher Relation genügen die chemischen Potentiale  $\mu_{H_2}$ ,  $\mu_{Cl_2}$  und  $\mu_{HCl}$ , wenn folgende Reaktion im Gleichgewicht ist:



(e) Gegeben sei ein quantenmechanisches System bei fester Temperatur  $T$ . Es gebe  $n_1$  verschiedene Zustände zur Energie  $E_1$  und  $n_2$  verschiedene Zustände zur Energie  $E_2$ . Wie lautet die Zustandssumme?

(f) Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

(i) Die Entropie eines Systems, das durch Kontakt mit einem Wärmebad auf konstanter Temperatur gehalten wird, ist im thermischen Gleichgewicht maximal.

(ii) Bei festem Druck und fester Temperatur ist im thermischen Gleichgewicht die Helmholtz freie Energie minimal.

(iii) Bei festem Druck und fester Temperatur ist im thermischen Gleichgewicht die Gibbs freie Energie maximal.

(g) Was sind die natürlichen Variablen der Enthalpie  $H$ ? Wie lautet in diesen Variablen das Differential  $\Delta H$ ?

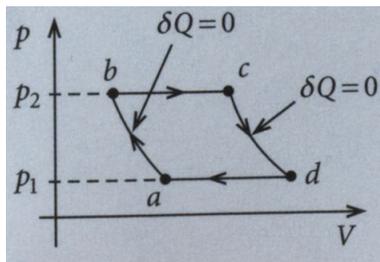
(h) Skizzieren Sie das Phasendiagramm von Wasser in der  $p - T$  Ebene. Zeichnen Sie den Tripelpunkt und den kritischen Punkt ein und deuten Sie an, in welchen Bereichen das Wasser in fester, flüssiger oder gasförmiger Form vorliegt. Was sind der Tripelpunkt und der kritische Punkt?

(i) Zeigen Sie, daß entlang der Koexistenzkurven im Phasendiagramm (in der  $p - T$  Ebene) die chemischen Potentiale der beiden Phasen übereinstimmen müssen.

(j) Unter bestimmten Annahmen (welchen?) wird das Verhalten realer Gase gut durch das ideale Gasgesetz beschrieben. Warum ist das ideale Gas zur Beschreibung von Phasenübergängen flüssig-gasförmig ungeeignet?

## Aufgabe 2: Reversibler Kreisprozeß (14 Punkte)

Mit einem idealen Gas wird der skizzierte Kreisprozeß reversibel durchgeführt, d.h. adiabatische Schritte lösen sich mit isobaren ab.



(a) Zeigen Sie zunächst

$$\frac{T_a - T_d}{T_b - T_c} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, \quad (2)$$

wobei  $\gamma = C_p/C_V$ . Die Subskripte an den Temperaturen entsprechen den in der Skizze eingezeichneten Punkten.

(b) Berechnen Sie den Wirkungsgrad als Funktion von  $p_1$  und  $p_2$ . Sie können  $C_p$  als konstant annehmen.

## Aufgabe 3: Gibbs freie Energie (13 Punkte)

Die Gibbs freie Energie eines thermodynamischen Systems sei

$$G = -kTN \ln \left( \frac{aT^{5/2}}{p} \right), \quad (3)$$

wobei  $a$  eine Konstante ist (die dafür sorgt, daß das Argument des Logarithmus dimensionslos ist).

Berechnen Sie

- (a) die Entropie,
- (b) die Wärmekapazität bei konstantem Druck  $C_p$ ,
- (c) die thermische Zustandsgleichung, also die Beziehung zwischen  $V, p, N$  und  $T$  und
- (d) den Erwartungswert der inneren Energie  $E$ .

Um was für ein thermodynamisches System handelt es sich also?

## Aufgabe 4: Expansion (18 Punkte)

Gegeben sei ein Gas mit fester Teilchenzahl und der Zustandsgleichung  $p = p(V, T)$ . Es werde reversibel von einem Volumen  $V_1$  auf ein Volumen  $V_2 > V_1$  expandiert und zwar auf eine Art und Weise, daß sich die innere Energie  $E$  im Laufe der Expansion nicht ändert. Es soll berechnet werden, wie sich die Temperatur des Gases bei diesem Prozeß ändert.

(a) Leiten Sie zunächst die Maxwellrelation

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad (4)$$

her.

(b) Zeigen Sie damit und mit Hilfe des ersten Hauptsatzes

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_E = -\frac{1}{C_V} \left[ T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p \right]. \quad (5)$$

(c) Berechnen Sie  $\Delta T$  im Fall des van der Waals Gases mit der Zustandsgleichung

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - a\frac{N^2}{V^2} \quad (6)$$

und im Fall des idealen Gases. Kühlt sich das jeweilige Gas bei der Expansion ab, erwärmt es sich, oder bleibt die Temperatur gleich?

# Aufgabe 5: Statistische Physik und Wärmekapazität (15 Punkte)

(a) Geben Sie die thermodynamische Definition der Helmholtz freien Energie  $F$  und die (quantenmechanische) Definition der Zustandssumme  $Z$  an. Wie hängen  $F$  und  $Z$  zusammen?

(b) Benutzen Sie den Zusammenhang von  $F$  und  $Z$ , um zu zeigen, daß die Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $C_V$  gegeben ist durch

$$C_V = kT \left( \frac{\partial^2}{\partial T^2} (T \ln Z) \right)_V . \quad (7)$$

(c) Betrachten Sie ein System, das nur zwei verschiedene Energieeigenzustände hat, mit Energiewerten  $E_0$  und  $E_1$ . Bestimmen Sie  $Z$  und zeigen Sie

$$C_V = \frac{(E_1 - E_0)^2}{4kT^2 \cosh^2 \left( \frac{E_1 - E_0}{2kT} \right)} . \quad (8)$$

**Hinweis:** Die Berechnung von  $C_V$  ist etwas länglich, wenn man es nicht geschickt anstellt. Daher nicht zu viel Zeit darauf verwenden. Tip: Benutzen Sie

$$\ln(e^A + e^B) = A + \ln(1 + e^{B-A}) . \quad (9)$$

Außerdem gilt

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} . \quad (10)$$