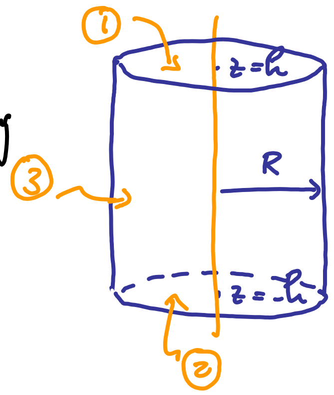
Beispiel Zylinderkoordinaten: Betrachte $\vec{v} = z^2 \rho\, \hat{e} + \rho z^3 \hat{e}_z$

Überprüfen Sie den Gauss'schen Satz für Zylinder mit Länge $2h$, Radius R, zentriert auf z-Achse und Ursprung



$\underset{\text{Gesamtfläche}}{\int} d\vec{A} \cdot \vec{v} = ?$ Gesamtfläche lässt sich aufteilen in 3 Bereiche: ①, ②, ③

① : $d\vec{A} = d\rho\, \rho\, d\varphi\, \hat{e}_z$

② : $d\vec{A} = d\rho\, \rho\, d\varphi (-\hat{e}_z)$

③ : $d\vec{A} = \rho\, d\varphi\, dz\, \hat{e}_\rho$

$$\int_{①} d\vec{A} \cdot \vec{v} = \int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} \rho\, d\varphi \underbrace{\hat{e}_z \cdot \vec{v}}_{z^3} \Big|_{z=h} = \tfrac{1}{2} R^2 \cdot 2\pi \cdot h^3$$

$$\int_{②} d\vec{A} \cdot \vec{v} = \int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} \rho\, d\varphi \underbrace{(-\hat{e}_z) \cdot \vec{v}}_{-z^3} \Big|_{z=-h} = \tfrac{1}{2} R^2 \cdot 2\pi \cdot h^3$$

$$\int_{③} d\vec{A} \cdot \vec{v} = \int_{-h}^{h} dz \int_0^{2\pi} \rho\, d\varphi \underbrace{\hat{e}_\rho \cdot \vec{v}}_{z^2\rho} \Big|_{\rho=R} = 2\pi R^2 \tfrac{1}{3} z^3 \Big|_{-h}^{h} = \frac{4\pi R^2 h^3}{3}$$

$$\Rightarrow \int_{①+②+③} d\vec{A} \cdot \vec{v} = \pi R^2 h^3 \left(1 + 1 + \tfrac{4}{3}\right) = \frac{10\pi}{3} R^2 h^3$$

$\int dV\, \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = ?$

$\vec{v} = z^2 \rho\, \hat{e}_\rho + z^3 \hat{e}_z$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho v_\rho) + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi v_\varphi + \partial_z v_z$$

$$= \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho \cdot \rho z^2) + \frac{1}{\rho} \partial_\varphi (z^2 \rho) + \partial_z z^3$$

$$= 2z^2 + 0 + 3z^2 = 5z^2$$

$$\int dV\, \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \rho\, d\rho \int_{-h}^{h} dz\, 5z^2 = 2\pi\, \tfrac{1}{2} R^2\, \tfrac{5}{3} z^3 \Big|_{-h}^{h} = \frac{10\pi}{3} R^2 h^3$$

Also ist Gauss-scher Satz erfüllt: $\int dV\, \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \int d\vec{A} \cdot \vec{v}$ ✓

Zusammenfassung Matrizen

$A = (A_{ij}) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ A_{m1} & \dots & & A_{mn} \end{bmatrix}$

$m \times n$ - Matrix

Transponierte Matrix $(n \times m)$: $A^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{m1} \\ A_{12} & & & \\ \vdots & & & \\ A_{1n} & \dots & & A_{mn} \end{bmatrix}$

$(A^T_{ij}) = A_{ji}$

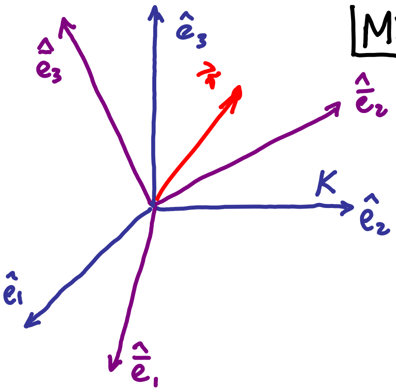
Addition: $C = A + B := (C_{ij})$, mit $C_{ij} = A_{ij} + B_{ij} \quad \forall i j$

Skalare Multiplikation: $\lambda A = (\lambda A_{ij})$

Matrixmultiplikation: $\underset{m \times r}{C} = \underset{m \times n}{A} \cdot \underset{n \times r}{B} = (C_{ij})$, mit $C_{ij} = \sum_k A_{ik} B_{kj} \overset{\text{ESK}}{=} A_{ik} B_{kj}$

C_{ij} = "Skalarprodukt" aus i-tem "Zeilenvektor" und j-tem "Spaltenvektor"

Zusammenfassung Drehungen:



orthonormalen Basisvektoren

$\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$, oder $\hat{\bar{e}}_1, \hat{\bar{e}}_2, \hat{\bar{e}}_3$

$\hat{\bar{e}}_j$, dargestellt in K: $\hat{\bar{e}}_j = \underbrace{(\hat{\bar{e}}_j \cdot \hat{e}_m)}\, \hat{e}_m =: D_{jm}\, \hat{e}_m$ $\quad$ ($\sum_m$ implizit)

D_{jm} = Drehmatrix

Ortsvektor $\vec{r}$ ist geometrische Größe
$\Rightarrow$ unabhängig vom Koordinatensystem

$\vec{r}(\bar{K}) = \vec{r}(K)$

$\bar{x}_i \hat{\bar{e}}_i = x_m \hat{e}_m$

$\boxed{\bar{x}_j = D_{jm} x_m}$

explizit:

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} x_1 + D_{12} x_2 + D_{13} x_3 \\ D_{21} x_1 + D_{22} x_2 + D_{23} x_3 \\ D_{31} x_1 + D_{32} x_2 + D_{33} x_3 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{pmatrix}}_{D} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$\bar{x} = D \cdot x$

M8

Def: "Inverse Matrix"

D^{-1} zu D erfüllt:
$$D^{-1}\cdot D = D\cdot D^{-1} = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad (1)$$

(7.5)
$$\bar{x} = D\cdot x \qquad (2)$$

(2) explizit:
$$\boxed{(D^{-1}_{ij})\,\bar{x}_j = x_i} \qquad (3)$$

D^{-1} beschreibt Rückdrehung von $\bar{K}$ nach K

(8.2)
$$(x_m \hat{e}_m) = (\bar{x}_j \hat{\bar{e}}_j) \qquad (4)$$

(5)
$$x_i \overset{(4)}{=} (D^T_{ij})\,\bar{x}_j \overset{(3)}{=} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}D_{11}&D_{21}&D_{31}\\D_{12}&D_{22}&D_{32}\\D_{13}&D_{23}&D_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\bar{x}_1\\\bar{x}_2\\\bar{x}_3\end{pmatrix}$$

vergleiche mit (6.3)!

$$\boxed{D^{-1} = D^T = (D^{-1}_{ij}) = (D_{ji})} \qquad (6)$$

WICHTIG!!

M9

Orthonormiertheit der Basisvektoren impliziert:

$$\hat{\bar{e}}_i = D_{im}\hat{e}_m$$
$$\delta_{ij} = \hat{\bar{e}}_i\cdot\hat{\bar{e}}_j \overset{(5.2)}{=} (D_{im}\hat{e}_m)\cdot(D_{jn}\hat{e}_n) \qquad (1)$$

Zeilenvektoren von D sind orthonormal!

$$\delta_{ij} = (\text{Zeilenvektor von } D)\cdot(\text{Zeilenvektor von } D) \qquad (2)$$

Beispiel v. Seite 6: $D = \begin{pmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}$:

$\delta_{11} = (\quad)\cdot(\quad) = c^2+s^2 = 1$ ✓

$\delta_{12} = (\quad)\cdot(\quad) = cs - sc = 0$ ✓

Analoges gilt für Spaltenvektoren: D^{-1}(5.2):
$$D^{-1}_{jn}\hat{\bar{e}}_n = \hat{e}_n \qquad (3)$$

$$\delta_{ij} = \hat{e}_i\cdot\hat{e}_j \overset{(3)}{=} (D^{-1}_{in}\underbrace{\hat{\bar{e}}_n)\cdot(D^{-1}_{jm}\hat{\bar{e}}_m}_{\delta_{nm}}) \overset{(8.6)}{=} \qquad (4)$$

Spaltenvektoren von D sind orthonormal!

$$\delta_{ij} = (\text{Spaltenvektor von } D)\cdot(\text{Spaltenvektor von } D) \qquad (5)$$

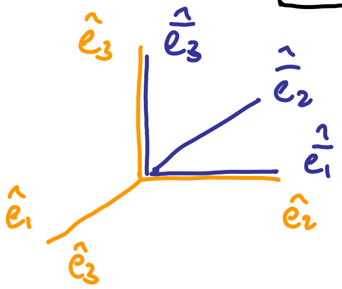
Beispiel v. Seite 6: $D = \begin{pmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}$:

$\delta_{11} = (c\ -s)\cdot(c\ -s) = c^2+s^2 = 1$ ✓

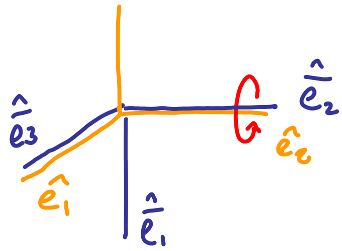
$\delta_{12} = (c\ -s)\cdot(s\ c) = cs - sc = 0$ ✓

Rotationen vertauschen nicht!

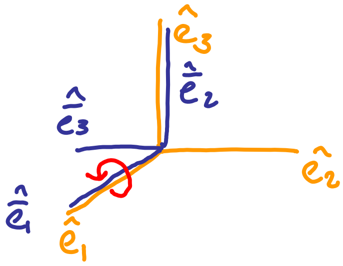
Rotation um 90° um z-Achse: $D^{z}_{jm}(90°) = \hat{e}_j \cdot \hat{e}_m = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ (1)



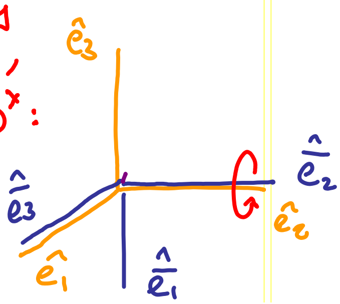
Rotation um 90° um y-Achse: $D^{y}_{jm}(90°) = \hat{e}_j \cdot \hat{e}_m = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (2)



Rotation um 90° um z-Achse: $D^{x}_{jm}(90°) = \hat{e}_j \cdot \hat{e}_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (3)

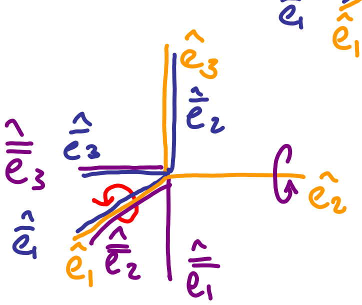


erst D^y, dann D^x:



$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

erst D^x, dann D_y:



$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Diagonalisierung einer Matrix:

aber nicht nur diese! (siehe Mathe Vorlesung!)

Gewisse Arten v. Matrixen (z.B. reell, symmetrisch) können "diagonalisiert" werden:

D.h.: für gegebene Matrix A existiert eine Matrix U, mit inverer Matrix U^{-1}, so daß $U^{-1} A U \equiv D$ diagonal ist:

$$\begin{pmatrix} & & \\ & U^{-1} & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} & & \\ & A & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} & & \\ & U & \\ & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & d_2 & \\ 0 & & \ddots \; d_n \end{pmatrix}$$

Beispiel: Sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, $U = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $U^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

dann $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a+b & a-b \\ b+a & b-a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$

Wie "diagonalisiert man eine Matrix?" $\Rightarrow$ siehe lineare Algebra Vorlesung

Falls $U^{-1} A U = D$ diagonal ist, dann: (NxN Matrizen)

$\Rightarrow$

Explizit:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \\ \vdots & \ddots & \\ A_{N1} & & A_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & U_{1j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & U_{2j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & U_{Nj} & \vdots & \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & d_j U_{1j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & d_j U_{2j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & d_j U_{Nj} & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

Definiere N Spaltenvektoren $E^{(j)}$ mit Komponenten $E^{(j)}_n = U_{nj}$, $n = 1, \dots, N$, also $E^{(j)} = \begin{pmatrix} U_{1j} \\ U_{2j} \\ \vdots \\ U_{Nj} \end{pmatrix}$

Also sind Spaltenvektoren v. U "Eigenvektoren v. A":

"Eigenvektor v. A" dazugehörige "Eigenwert v. A"

Allgemeine Def. von "Eigenvektor" v und dazugehörigem "Eigenwert" λ von A

$$A \cdot v = \lambda \, v$$

Matrix Vektor Zahl Vektor

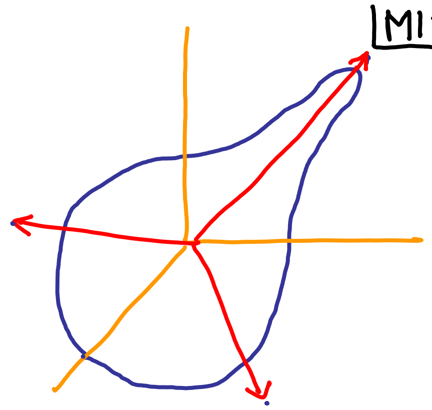
$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix}$$

identisch

Bezug zu Drehimpuls, Trägheitstensor, etc.

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \qquad (1)$$

Drehimpuls Trägheitstensor Winkelgeschwindigkeit



$$\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Trägheitstensor: (symmetrisch)

Summe über Massenpunkte

$$I_{ij} = \sum_n m_{(n)} \left(\vec{r}^{(n)} \cdot \vec{r}^{(n)} \delta_{ij} - r_i^{(n)} r_j^{(n)} \right) \qquad (3)$$

↓ Kontinuums-Limes

$\sum_n m_n \to$

$$= \int_{\text{Volumen}} dV \, \rho(\vec{r}) \left(\vec{r}^{(n)} \cdot \vec{r}^{(n)} \delta_{ij} - r_i^{(n)} r_j^{(n)} \right) \qquad (4)$$

Kinetische Energie: $T_{kin} = \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot I \cdot \vec{\omega} \equiv$ (5)

Da Trägheitstensor I reell, symmetrisch ist, ist er "diagonalisierbar", d.h. es existiert immer eine Matrix U, (mit $U^{-1} = U^T$), so das

$$U^{-1} I U = \mathbb{D} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Eigenwerte des Trägheitstensors heissen "Trägheitsmomente"

Schreibe kinetische Energie in folgende Form: $T_{kin} = \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot I \cdot \vec{\omega} =$

Explizit: $T_{kin} = \frac{1}{2} \omega_m I_{mn} \omega_n = \frac{1}{2} \omega_m U_{mi} D_{ij} U^T_{jn} \omega_n$

Kinetische Energie wird diagonal in ω_j's!

Trägheitsmomente sind "Massen" für Rotationsbwg., vgl. $T = \frac{1}{2} m v^2$

"Hauptachsentransformation":

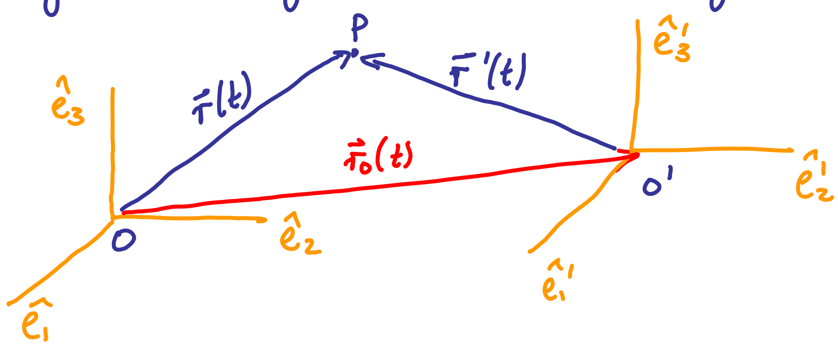
U^T ist eine Drehmatrix, die das Koordinatensystem so dreht, daß es entlang der Symmetrieachsen des Körpers liegt. (siehe Skizze, Seite M12)

Bewegte Bezugsysteme

Def: "Inertialsystem": Ein Bezugsystem, in dem sich ein kräftefreier Massenpunkt (MP) mit Geschwindigkeit $\boxed{\vec{v} = }$ (1) auf einer Geraden bewegt, ist ein "Inertialsystem" (IS)

Seien O und O' zwei IS, mit $t = t'$,

$\vec{r}(t) = \vec{r}\,'(t) + \vec{r}_0(t)$ (2)



Was ist allgemeinste Form von $\vec{r}_0(t)$? Für kräftefreien MP gilt

in O: $\vec{v} = \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}$

(3)

in O': $\vec{v}\,' = \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}\,'$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}_0(t) = \vec{v}_0 t + \vec{r}_0 .} \quad (4)$$

BB2

Transformationsregel von einem IS zu einem anderen:

$$\vec r(t) \overset{(1.2),(1.4)}{=} \vec r\,'(t) + \vec v_0 t + \vec r_0 \,, \quad t = t' , \quad \text{"Galilei-Transf."} \qquad (1)$$

[gilt nur für $v_0 \ll c$ = Lichtgeschwindigkeit]

Für die Ortsvektoren $\vec r(t)$ und $\vec r\,'(t)$ eines beliebigen Massenpunkts in den IS O oder O' gilt also:

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec r \overset{(1.1)}{=} \frac{d^2}{dt^2}\vec r\,' \qquad (2)$$

$$= \qquad (3)$$

Fazit: die IS O und O' messen dieselben Kräfte ⇒ folgern dieselben Gesetze der Mechanik !!

Einstein postuliert (verallgemeinernd, logischer Sprung):

(Alle) Inertialsysteme sind für Beschreibung (aller) physikalischer Gesetze äquivalent.

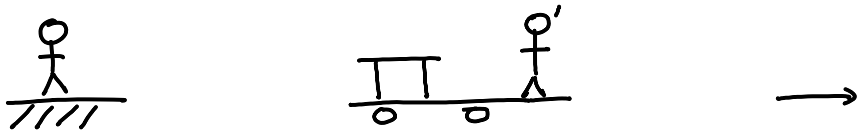
[Labor im Zug = Labor im Bahnhof]

BB3

Beschleunigte Bezugsysteme:

Wird O' relativ zu O beschleunigt, mißt O' andere Kräfte als O, und merkt so die Beschleunigung. ⇒ O' ist <u>kein</u> IS. Beobachtungen von O und O' sind äquivalent.

<u>Beispiel:</u>



$\hat x$

Wagen wird nach beschleunigt, Kugel rollt nach vom Tisch!

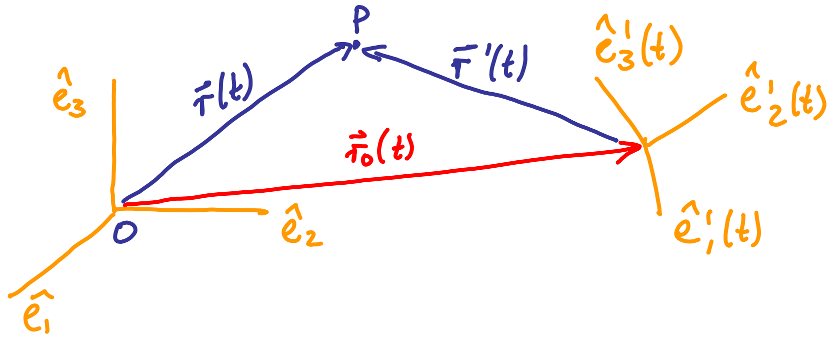
O sagt: Ich ruhe, Kugel bewegt sich spürt also Kraft, $\vec F = 0$.

O' sagt: Ich ruhe, Kugel beschleunigt sich mit $a\hat x$ nach spürt also Kraft $\vec F' =$ = "Scheinkraft" = "Trägheitskraft"

Eine Scheinkraft oder Trägheitskraft ist keine wirkliche Kraft. Wird nur gebraucht, um Messung in beschleunigten Bezugsystem (BS) O' zu interpretieren, falls Beschleunigung nicht berücksichtigt wird. In einem IS (O) sind alle Scheinkräfte = 0.

Sei O (z.B. raumfest) ein IS,

O' (z.B. rotierend) $\neq$ IS :



Ortsvektor: $\vec{r}(t) \quad - \quad \vec{r}_0(t) \quad = \quad \vec{r}(t')$ (1)

(2)

(3)

Geschwindigkeit: (2) $x_i(t)\,\hat{e}_i \quad - \quad x_{i,0}(t)\,\hat{e}_i \quad = \quad x'_i(t)\,\hat{e}'_i(t)$

Interpretation: Geschw. v. P laut O — Geschw. v. O' relativ zu O — Geschw. v. P laut O' — Geschw. eines starr mit O' mitrotierenden Punktes, v. O aus gesehen (nur Richtung ändert sich)

Kurznotation für (3): (4)

Punkt besagt (nur heute): Ableitung wirkt nur auf Komponenten.

Einschub: warum ist $\vec{\omega} \times \vec{r}\,'$ die allgemeinste Form von $\dot{\hat{e}}_i(t)$?

Anforderung: $\delta_{ij} = \hat{e}'_i \cdot \hat{e}'_j \qquad \forall\, t$ (1)

$\overset{(1)}{=}$

$= \begin{cases} \quad \text{falls } i = j, \Rightarrow & (2a) \\ \quad \text{falls } i \neq j & (2b) \end{cases}$

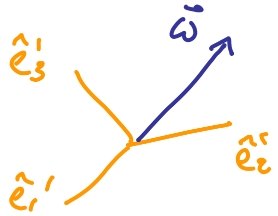
(2) wird erfüllt durch folgenden Ansatz: $\boxed{\dot{\hat{e}}'_i = \vec{\omega} \times \hat{e}'_i}$ (3)

Check: (2a) $2(\vec{\omega} \times \hat{e}'_i)\cdot \hat{e}'_i = 0$ ✓ (4a)

(2b) $(\vec{\omega} \times \hat{e}'_i)\cdot \hat{e}'_j + \hat{e}'_i \cdot (\vec{\omega} \times \hat{e}'_j)$ (4b)

zyklisch:

$\vec{\omega}$ = momentane Winkelgeschwindigkeit
$\hat{\omega}$ = Drehachse
$|\vec{\omega}|$ = Drehgeschwindigkeit (5)



Ende Einschub.

BB6

(5.3) in (4.3): $\dot{x}_i(t)\,\hat{e}_i \; - \; \dot{x}_{i,0}(t)\,\hat{e}_i \; = \; \dot{x}'_i(t)\,\hat{e}'_i(t) + x'_i(t)\,\dot{\hat{e}}'_i(t)$ (1)

$=$ $=$

$\Rightarrow$ (2)

Zeitableitung von O aus

Zeitableitung von O' aus, betrifft nur Komponenten

Einfluss der Rotation v. O' relativ zu O

Eselsbrücke zur Ableitung eines Vektors in rotierendem Bezugsystem: (3)

Beschleunigung: $\frac{d}{dt}\vec{v}$?

$$\frac{d}{dt}(2) = \frac{d}{dt}\left(\dot{\vec{r}} - \dot{\vec{r}}_0\right) = \frac{d}{dt}\left(\dot{\vec{r}}' + \vec{\omega} \times \vec{r}'\right) \quad (4)$$

$$\overset{(3)}{=} \quad (5)$$

(6)

$$\ddot{\vec{r}} - \ddot{\vec{r}}_0 =$$

BB7

Bewegungsgleichung:

in O (= IS) : $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$ (1)

in O' ($\neq$ IS) : $\vec{F}' = m\ddot{\vec{r}}'$

(2)

$$\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_\ell + \vec{F}_C + \vec{F}_Z + m\vec{r}' \times \dot{\vec{\omega}} \quad (3)$$

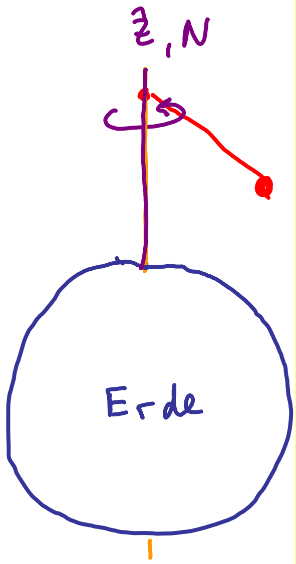
linear-beschleunigende Kraft

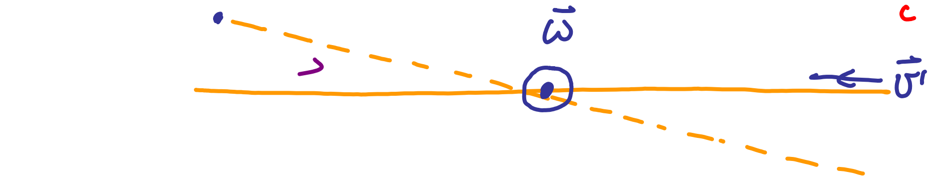
"Coriolis-Kraft

Zentrifugal-Kraft

Die Scheinkräfte $\vec{F}_\ell$, $\vec{F}_C$, $\vec{F}_Z$ werden in O' (aber nicht O) benötigt, (weil O' $\neq$ IS), um die (sehr realen!), in O gemessenen Beschleunigungen $\left[-\ddot{\vec{r}}_0,\; 2\dot{\vec{r}}' \times \vec{\omega},\; \vec{\omega} \times (\vec{r}' \times \vec{\omega}),\; \vec{r}' \times \dot{\vec{\omega}}\right]$ zu interpretieren.

Beispiel: Coriolis-Kraft: $\vec{a}_c = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega})$ Foucaultsches Pendel





Aufgaben zum selberrechnen:

- wie sieht das Schwingungsmuster am Südpol aus?

  " " " " am Äquator?