

$c \equiv 299.792.458 \text{ m/s}$ per Definition!

Das ist eigentlich
Definition des Meters:

$1 \text{ m} = \text{Abstand, den Licht in } \left(\frac{1}{299.792.458} \right)$
zurücklegt

Einsteins Postulate:

- 1) Relativitätsprinzip: (Alle) IS sind für Beschreibung (aller) physikalischen Gesetze äquivalent (1)
(somit ist "Einführung eines Lichtäthers oder absolut ruhenden Raumes" überflüssig)
- 2) Konstanz der Lichtgeschwindigkeit (LG): Die LG im Vakuum hat in allen IS den gleichen Wert c (unabhängig von deren Relativgeschw. zur Quelle) (2)

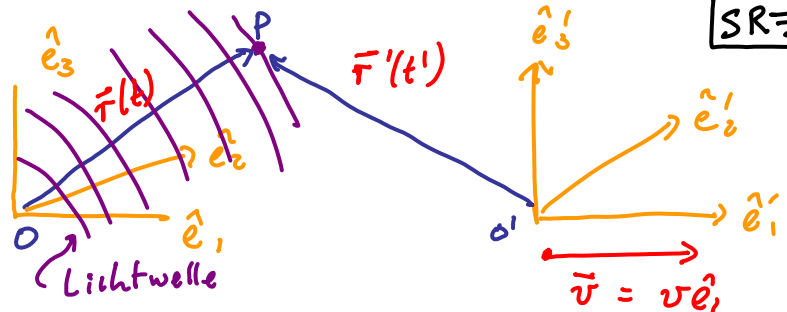
Fazit: Relativ zu was bewegt sich Licht mit c ?

Antwort: Egal! Relativ zu allen beliebigen IS! (3)

Explizit: Für $t = t'$ sei $O = O'$,

also: $x(O')$ (1)

Koordinaten des Ursprungs
von O' aus Sicht von O .



Relativgeschwindigkeit von O' rel. zu O

Lichtblitz starte bei $t = t'$ in $O = O'$, und erreicht etwas später Punkt P .

O sagt: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2$ (2)

O' sagt: $r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$ (3)

Liefert Widerspruch zur Galilei-Transformation : $x' = x + vt'$, $t' = t$ (4)
(4) in (3) liefert nicht (2) !!
 $\uparrow$ gilt nicht für $v \neq c$!!

(5.3) erscheint zunächst verblüffend, wenn wir annehmen, dass Apparate für Messung von Geschw. (oder, weil $v = x/t$, von Abständen (Messlatten) und Zeiten (Uhren), für O und O' 100% gleich funktionieren. Tun sie aber nicht! Grund: Synchronisationsprobleme !!

Problem der Gleichzeitigkeit

Zeitmessung ist Aussage über gleichzeitige Ereignisse:

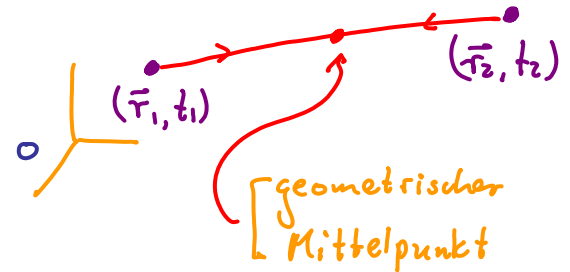
"Zug kommt um 7 Uhr" heisst:

"Uhrzeiger zeigt auf 7" und "Zug kommt" sind gleichzeitige Ereignisse.

Wie ist "gleichzeitig" definiert, wenn zwei Ereignisse räumlich getrennt sind??

Einstein's Definition (nutzt Konstanz der LG):

Ereignisse $(\vec{r}_1, t_1)$ und $(\vec{r}_2, t_2)$ sind gleichzeitig, wenn zwei Lichtstrahlen, zur Zeit t_1 von $\vec{r}_1$ und t_2 von $\vec{r}_2$ ausgesandt, gleichzeitig im geometrischen Mittelpunkt ankommen.



Wir werden zeigen:

Zwei Ereignisse, die für O' gleichzeitig erscheinen, erscheinen für O ungleichzeitig!
(mit anderen Worten: Uhren von O und O' lassen sich nicht perfekt synchronisieren...)

(Berühmtes) Beispiel: "Photonenpaar im Zug"
(Mermin Notes, Part 5)

SR9

Fall 1: Wagen O' steht im Bahnhof O .

Alle O -Uhren sind miteinander synchronisiert,

Alle O' -Uhren sind miteinander synchronisiert.

Von Wagenmitte werden gleichzeitig,

zur Zeit $t_m = t'_m$ zwei Photonen
abgeschossen (wenn $x_0 = x'_0$)

O und O' sehen dasselbe:

Photonen kommen

hinten und vorne an, zur Zeit

$t_h = t_v$ (laut O),

$t'_h = t'_v$ (laut O'),

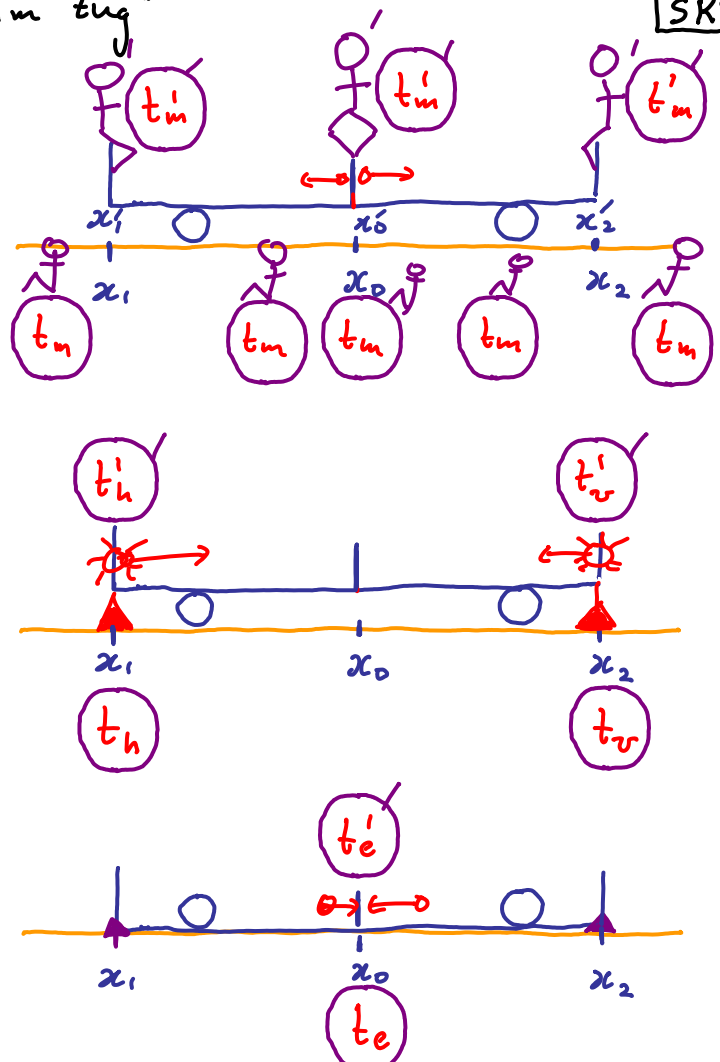
und zünden zwei Knallerbsen.

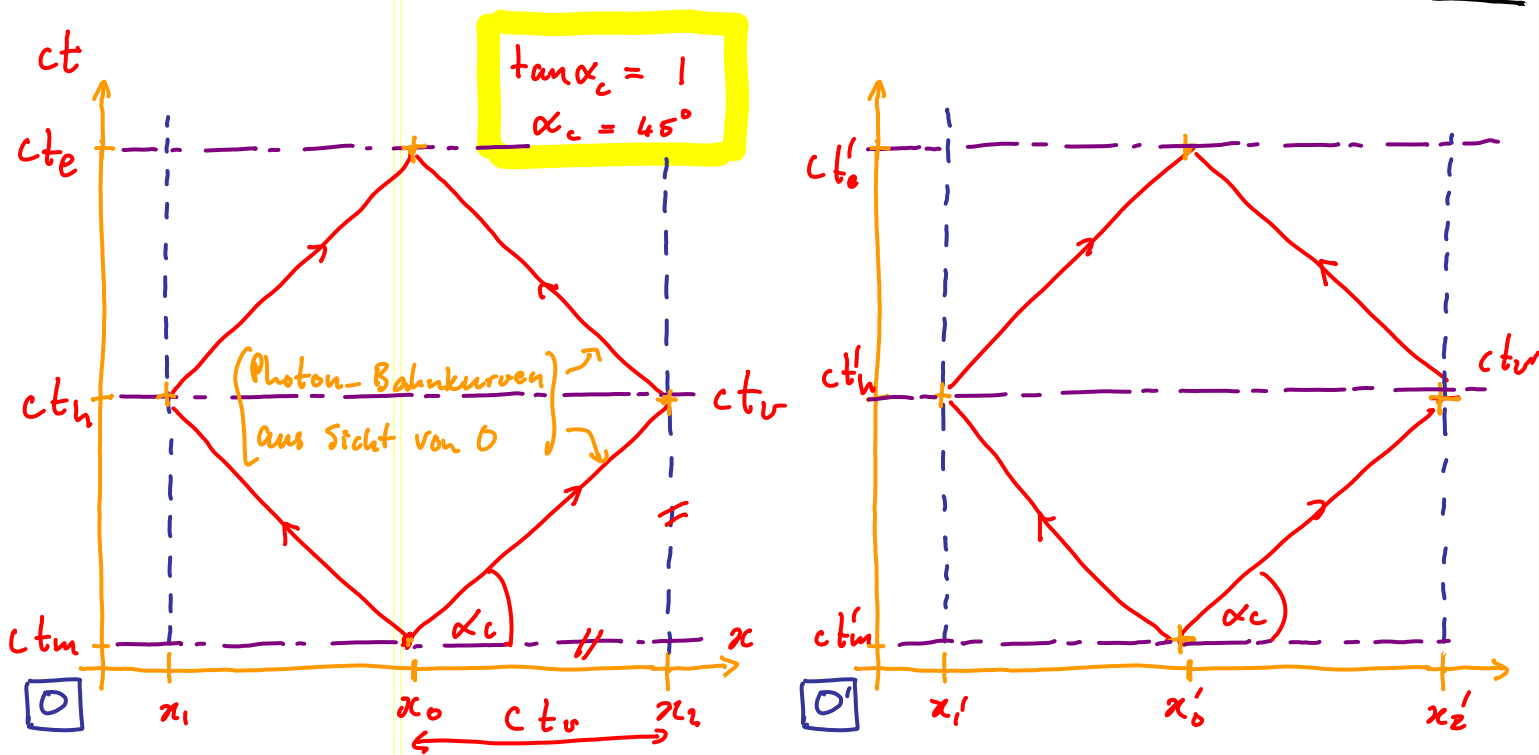
Die machen Flecken auf die Schiene,

und schicken Photonen zurück,

welche die Wagenmitte **gleichzeitig**
erreichen, zur Zeit

$$t_e = t'_e$$





Blau: "Weltlinien für eine Abfolge von Ereignissen (z.B. Bahnkurve von Hinter- und Vorderwand des Wagens)"

Lila: Gleichzeitige Ereignisse (synchronisierte Uhren haben denselben Zeigerstand)

Rot: Photonbahnen (Steigung: $\tan \alpha_c = 1$) (auch "Lichtkegel" genannt)

Fall 2: Wagen fährt durch Bahnhof

(Geschwindigkeit $=v$). $t_m = t'_m$

sei Zeitpunkt, wenn $x_0 = x'_0$

Dann werden die zwei Photonen gleichzeitig abgeschossen.

O sagt: L-Photon trifft hinten z.Z. t_h

R-Photon trifft vorne z.Z. $t_v (> t_h)$

O' sagt: weil $LG = c$ in jedem IS,

ist für mich Fall 1 = Fall 2

Photonen kommen gleichzeitig

hinten, vorne an: $t'_h = t'_v$

Fazit: ["gleichzeitig" für O'] $\neq$

["gleichzeitig" für O]

Ferner: die Ankünfte der zwei

Knallerbsenphotonen bei Wagenmitte

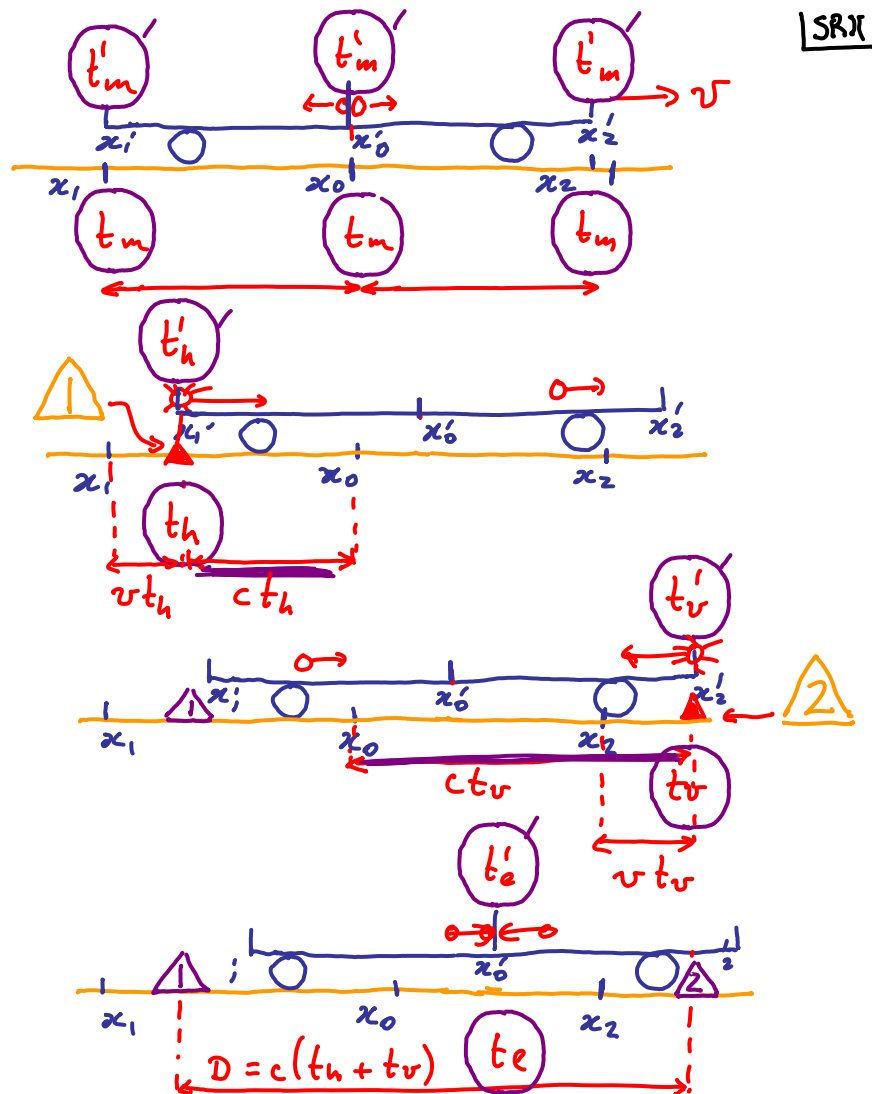
passieren gleichzeitig

zur Zeit t_e (laut O')

Weil diese Ereignisse am selben Ort

stattfinden, sieht auch O sie

gleichzeitig zur Zeit t_e (laut O)



Raum-Zeit-Diagramm für Fall 2: Wagen O' fährt durch Bahnhof O

SR12

① Wie bewegt sich Wagen?

Zum Zeitpunkt $t_m = t'_m = 0$

Sei $x_0 = x'_0 = 0$

Geschw = v , $x_{\text{mitte}} = x'_0 = vt$

Steigung: $\tan \alpha = \frac{ct_h}{vt_h} = \frac{c}{v}$

② Wie liegen x' - und t' -Achsen im O-Diagramm?

Linien mit $x' = \text{konst}$:

Feste Punkte im Wagen

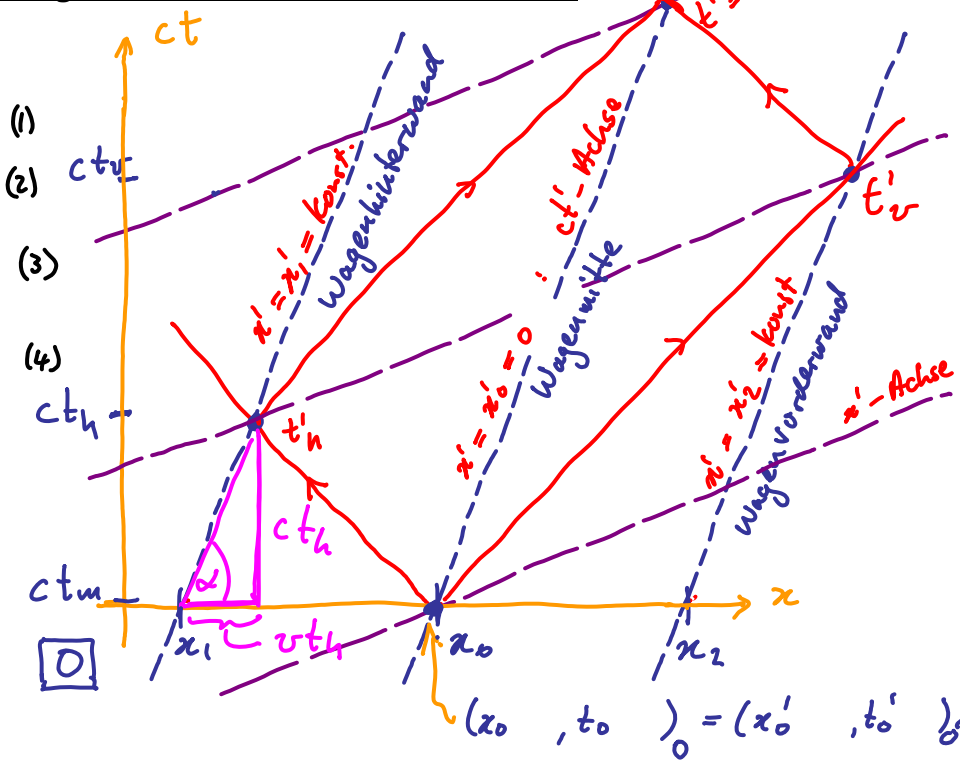
ct' -Achse: wo $x' = 0$

Photonen zurück bei $x' = 0$ z.B. t'_e

Steigung der t' -Achse: $\tan \alpha' = \frac{c}{v}$

③ Linien mit $t' = \text{konst}$: Lichtblitze sind in O' gleichzeitig vorne und hinten angekommen:

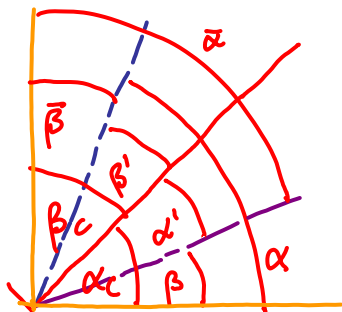
Alle Geraden mit $t' = \text{konst}$ sind $\parallel t'_h = t'_v = t' \Rightarrow x'$ -Achse: wo $t' = 0$



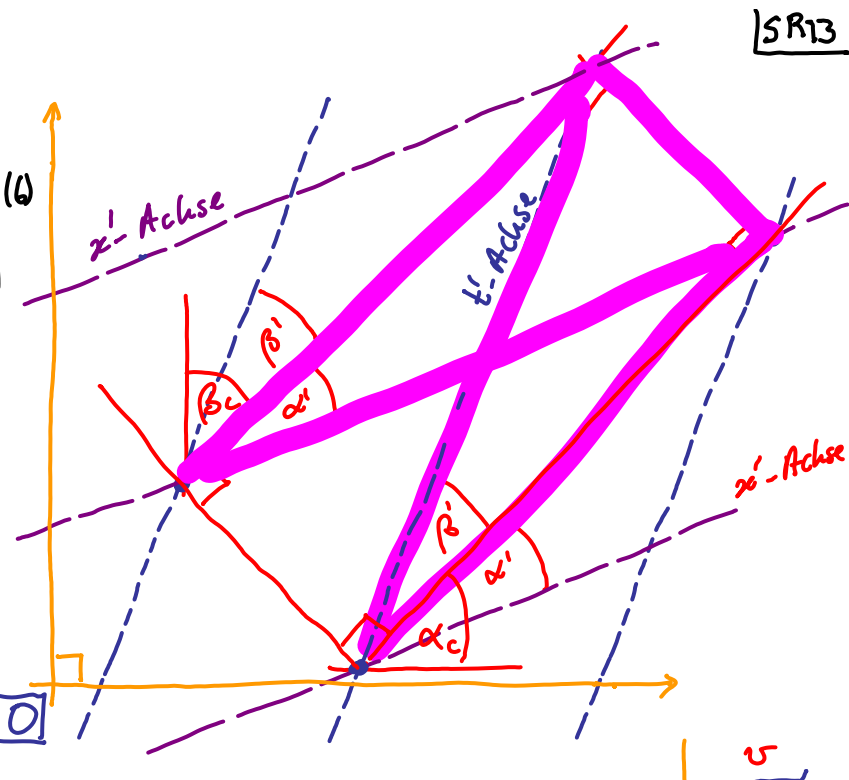
(7) $\left\{ \begin{array}{l} \text{alle Geraden mit } x' = \text{konst. sind} \\ \text{sonst würden Geraden mit } x'_1 \neq x'_2 \text{ sich irgend=} \\ \text{wann kreuzen, im Widerspruch zu B} \end{array} \right\}$

(8)

Winkel in Raum-Zeit-Diagramm?



$$\left. \begin{array}{l} \bar{\alpha} = \beta_c + \alpha' = \alpha \\ \bar{\beta} = \beta_c - \alpha' = \beta \\ \alpha = \alpha_c + \beta' \\ \beta = \alpha_c - \alpha' \end{array} \right\} (6)$$



SR13

Winkel zwischen Photonbahn und

- x -Achse: $\alpha_c = 45^\circ$

- ct -Achse: $\beta_c = 45^\circ$

- gegenläufiger Photonbahn: 90°

- x' -Achse: α'

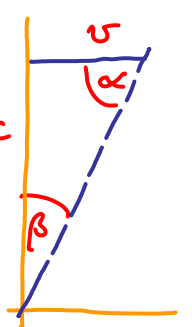
- ct' -Achse: $\beta' = \alpha'$

$\Rightarrow$ Photonenbahnen halbieren immer Winkel zwischen x' - und ct' -Achse c

$$\Rightarrow \bar{\alpha} = \alpha \text{ und } \bar{\beta} = \beta \quad (7) \Rightarrow 90^\circ = \alpha + \bar{\beta} = \alpha + \beta = 90^\circ \quad (8)$$

Wir wissen bereits, dass

$$\tan \alpha = \frac{c}{v} \Rightarrow \tan \beta = \frac{v}{c}$$



Wie groß ist die Zeitdifferenz $t_v - t_h$ für 0?

|SR14

Wagen hat Länge

$$L = x_2 - x_1$$

Abstand zwischen Flecken 1, 2

$$D = c(t_h + t_v)$$

Weg des L-Photons:

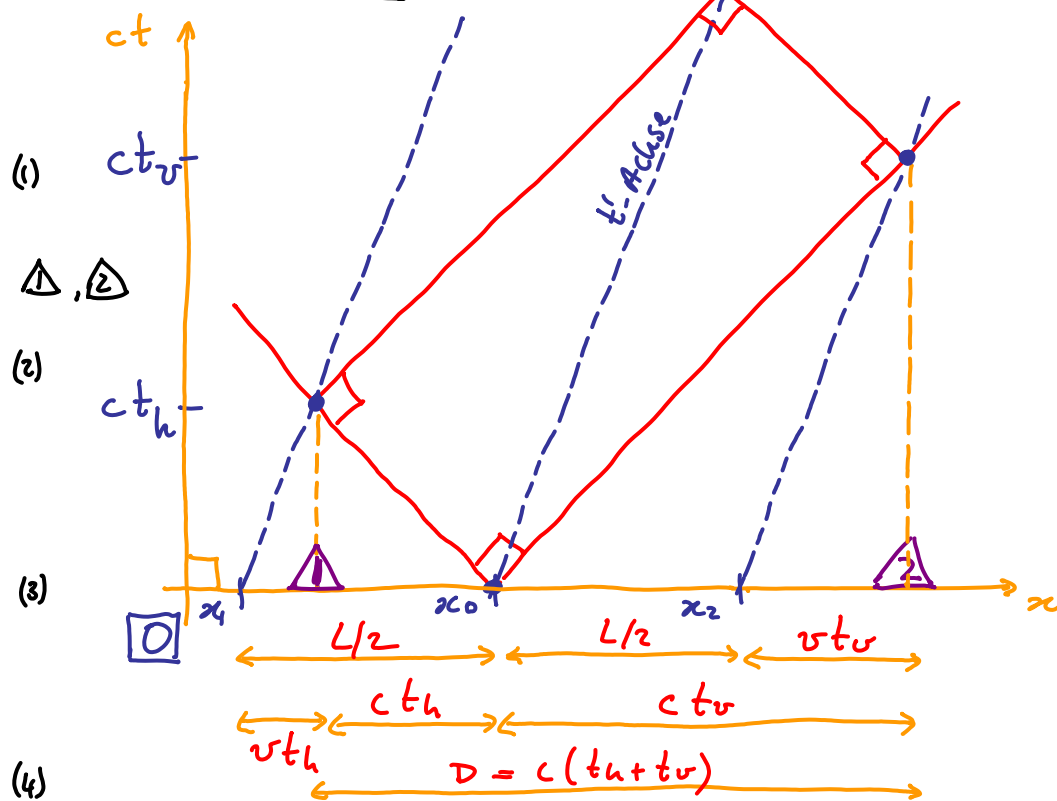
$$ct_h = L/2 - vt_h$$

Weg des R-Photons:

$$ct_v = L/2 + vt_v$$

$$(4) - (3): c(t_v - t_h) = v(t_v + t_h) = vD/c$$

$$t_v - t_h = \Delta t = \frac{vD}{c^2} \rightarrow 0 \text{ wenn } \frac{v}{c} \ll 1$$



Allgemeine Regel (R1):

|SR15

Falls zwei Ereignisse E_1 , E_2 (Knall 1, Knall 2) gleichzeitig sind in einem IS (hier O'), dann gilt in einem zweiten IS (hier O), das sich mit Geschw. v in Richtung von E_2 (Knall 2) nach E_1 (Knall 1) bewegt, dass

E_1 um die Zeitspanne $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$ vor E_2 stattfindet,

(1)

wobei D der Abstand zwischen E_1 und E_2 im zweiten IS ist.

O baue (O -)synchronisierte Uhren U_1, U_2 an den Flecken 1, 2 auf, und O' (O' -)synchronisierte Uhren U_1', U_2' an der Hinter- und Vorderwand bei

$$U_1': t_h$$

$$U_2': t_v = t_h$$



$$U_1: t_h < t_v$$



$$U_2: t_v$$

Wie erklärt sich O' , dass O eine Differenz $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$ misst für Ereignisse, die (laut O') gleichzeitig sind?

O' wird behaupten: Uhr U_1 "geht nach" (geht langsamer)

relativ zu U_2 !!

Allgemeine Regel (R2):

SR16

Wenn 2 Uhren in ihrem Ruhesystem (hier O) synchronisiert und einen Abstand D getrennt sind, dann gilt aus Sicht eines Systems (hier O'), in dem diese O -Uhren sich entlang ihrer Verbindungslinie mit Geschw. v bewegen:

die vordere O -Uhr geht *nach (langsamer)* relativ zur hinteren O -Uhr um $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$

Allgemein ist Asynchronität gegeben durch:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{v}{c^2} \quad (1)$$

Zahlenbeispiele: $D \sim 3 \text{ km}$, $v \sim 30 \text{ m/s}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (2)

$$\Delta t = \frac{(3 \times 10^3 \text{ m})(30 \text{ m/s})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \approx 10^{-12} \text{ s} = 1 \text{ picosec} \quad (3)$$

Laserforscher können Pulse mit Dauer $10^{-15} - 10^{-18}$ Sekunden auflösen.
femtosec attosec (4)

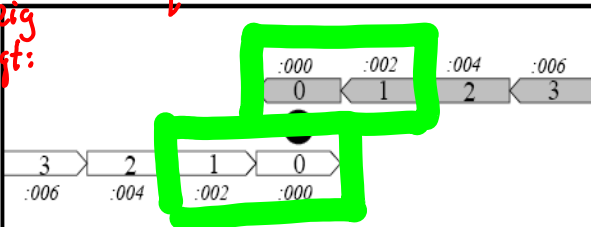
Folgen von Asynchronität: Beispiel Asynchrone Züge (Mermin Notes, Part 9)

SR17

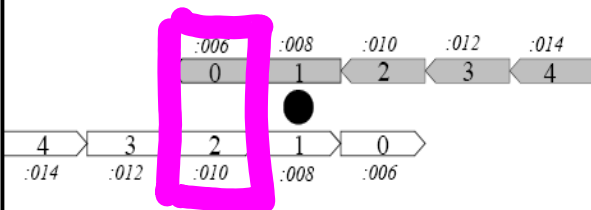
Filmsequenz v. Bahnhofskamera

Bahnsteig
Uhr zeigt:

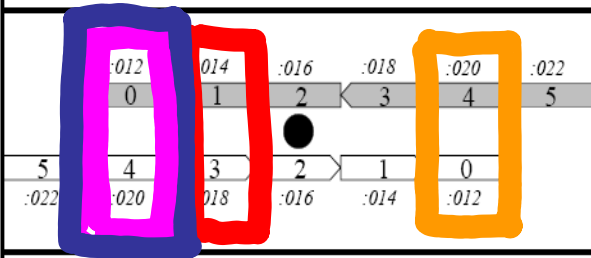
:000 (a)



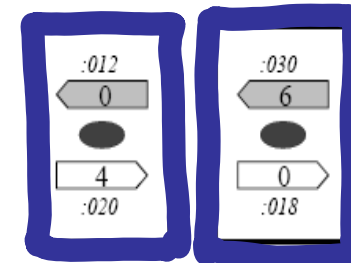
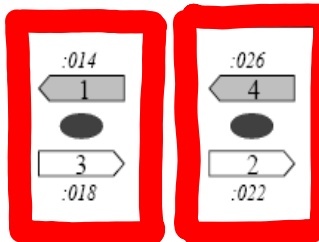
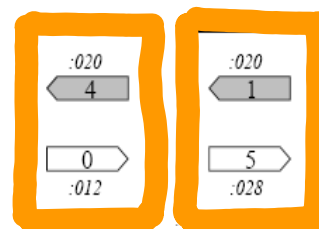
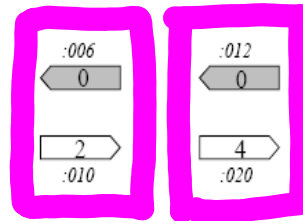
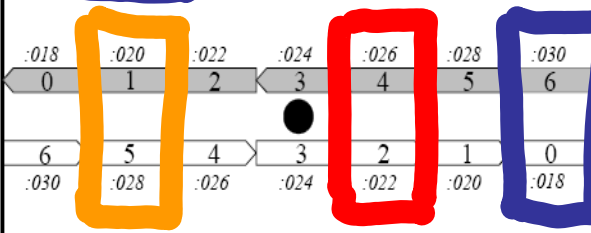
:006 (b)



:012 (c)



:018 (d)



(Asynchronität): $2 \frac{v}{w}$

$$v_w = \frac{\Delta x_w}{\Delta t_w} = \frac{1}{5} \text{ wfs}$$

Zeitdilatation:

$$\frac{\Delta t_g}{\Delta t_w} = \frac{3}{5} = \gamma'$$

Längenkontraktion:

$$\frac{\Delta x_g}{\Delta x_w} = \frac{3}{5} = \gamma'$$

Asynchronität d. W-Wagen

$$\frac{\Delta t_w}{\Delta x_w} = \frac{16}{5}$$

Lichtgeschwindigkeit:

$$c = \left(\frac{v}{\Delta t / \Delta x} \right)^{1/2} = \frac{1}{4}$$

„Überlichtgeschwindigkeit“:
 $v > c$ liefert Uneinigkeit
über Reihenfolge v. Fotos!

- Weisser Zug (W) und grauer Zug (G) fahren mit gleicher Geschwindigkeit in gegenübergesetzte Richtungen durch einen Bahnhof.
- Am Mittelpunkt jedes Wagens befindet sich eine Uhr, und ein Schaffner mit Kamera.
- Um Folgen von Asynchronität zu illustrieren, stellen wir die Uhren in W untereinander asynchron um 2 Ticks pro Wagen, ebenso für G.
- Dem Personal von W erzählen wir jedoch fälschlicherweise, ihre jeweiligen Uhren seien untereinander synchron; dasselbe erzählen wir dem Personal von G.
- Wenn sich ein W- und G-Wagen Fenster an Fenster gegenüber befinden, machen beide Schaffner ein Foto, dass Wagennummern und Uhrzeigerstand beider Uhren zeigt. Jeder Schaffner in jedem Wagen kennt nur die von ihm gemachten Fotos.
- Eine Serie von am Bahnsteig montierten Sicherheitskameras macht dieselben Fotos ebenfalls, sie werden dann zu einer Filmsequenz montiert.
- Einstein (E) steht am Bahnsteig und analysiert die Filmsequenz.

Geschw. beider Züge laut E:

$$v_E = \pm \frac{1 \text{ Wagen}}{6 \text{ Ticks}}$$

Beobachtung 1:

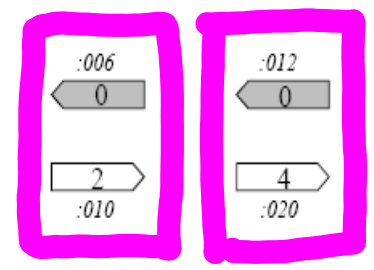
E vergleicht zu gegebenem Zeitpunkt verschiedene Wagen desselben Zuges, und bemerkt eine Asynchronität:

$$\frac{\Delta t_g}{\Delta x_g} = \frac{(2-0) \text{ Ticks}}{(1-0) \text{ Wagen}} = 2 T/W = \frac{\Delta t_w}{\Delta x_w} \quad (1)$$

Beobachtung 2:

W-Personal studiert "Bahnkurve" $x(t)$ von G-Wagen Nr. 0, nutzt das für W-Messung der Geschw. dieses G-Wagens.

$$v_w = \frac{\Delta x_w}{\Delta t_w} = \frac{(4-2) \text{ Wagen}}{(20-10) \text{ Ticks}} = \frac{1}{5} W/T \quad (2)$$



Uhrenvergleich: $\frac{\Delta t_g}{\Delta t_w} = \frac{12-6}{20-10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \gamma \leftarrow \text{Schrumpffaktor} \quad (3)$

W-Personal glaubt, W-Uhren seien synchronisiert, und folgert:

- entweder G-Uhren sind nicht-synchronisiert,
- oder (falls sie es doch sind, wie G-Personal beteuert) G-Uhren laufen *langsamer!*

"Zeit-Dilatation": bewegte Uhren laufen *langsamer!*

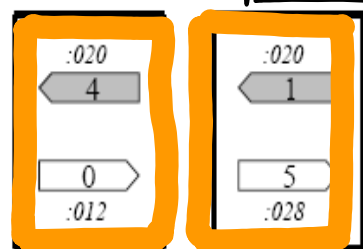
(4)

Übrigens: G-Personal folgert *dasselbe* für W-Uhren! (Situation ist völlig *symmetrisch*)
 E weiss: Grund für Verwirrung: G- und W-Uhren sind *asynchron*

Beobachtung 2:

G-Personal studiert Fotos von W-Zug zur festen G-Zeit :020, bemerkt $\Delta t_g = 0$, $\Delta t_w \neq 0$ und folgert: W-Uhren sind *asynchron*

(1)



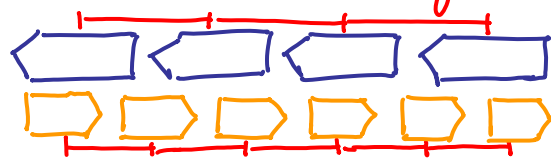
(2)

$$\text{Asynchronität der W-Uhren laut G} = \frac{\Delta t_w}{\Delta x_w} = \frac{(28-12) T}{(5-0) W} = \frac{16}{5} T/W = 3.2 T/W$$

(2) ist ungleich (19.1) [von E gemessen], denn (wie E weiss): G-Uhren sind *auch asynchron!*

Längenvergleich:

$$\text{Länge v. } (5-0) \text{ W-Wagen} = \text{Länge v. } (4-1) \text{ G-Wagen}$$



$$\Rightarrow \frac{\text{Länge 1 W-Wagen}}{\text{Länge 1 G-Wagen}} = \frac{3}{5} = \sqrt{1}$$

(gleiche Schrumpffaktor wie 19.3)

(4)

G-Personal meint: W-Längen *schrumpfen!*

Längenkontraktion: bewegte Massstäbe *schrumpfen*

(5)

Übrigens: ^WG-Personal folgert *dasselbe* für ^GW-Uhren! (Situation ist völlig *symm.*)
E weiss: Grund für Verwirrung: G- und W-Uhren sind *asynchron!*

Asynchronität liefert effektive "Lichtgeschwindigkeit":

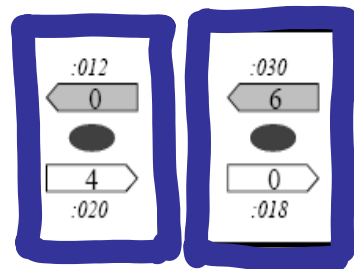
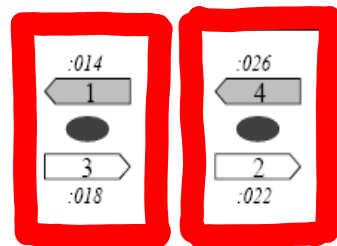
SR21

$$(16.1) \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow c^2 = \frac{v}{\Delta t_w / \Delta x_w} \stackrel{(19.2)}{=} \frac{1/5 W/T}{16/5 T/W} = \frac{1}{16} (W/T)^2 \Rightarrow c = \frac{1}{4} \frac{W}{T}$$

Zwei Fotos eines Objekts, dass sich mit c bewegt, aus Sicht von W und von G (!) [obwohl W und G sich relativ zueinander bewegen!!]

$$(v_o)_g = \frac{(\Delta x_o)_g}{(\Delta t_o)_g} = \frac{(4-1) W}{(26-14) T} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} W/T$$

$$(v_o)_w = \frac{(\Delta x_o)_w}{(\Delta t_o)_w} = \frac{(3-2) W}{(22-18) T} = \frac{1}{4} W/T$$



Zwei Fotos eines Objekts, dass sich (für W und G) mit $> c$ bewegt:

$$(v_o)_g = \frac{(\Delta x_o)_g}{(\Delta t_o)_g} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} > \frac{1}{4} \quad (v_o)_w = \frac{(\Delta x_o)_w}{(\Delta t_o)_w} = \frac{4}{2} = 2 > \frac{1}{4}$$

Aber: W und G sind sich *uneins* über die Reihenfolge, in der die Fotos entstanden sind!
Das illustriert allgemeine Tatsache: würde sich ein Objekt schneller als Licht bewegen, würden sich immer zwei IS finden, die sich *uneins* wären über die Reihenfolge von Ereignissen in der Geschichte (Bahnkurve) des Objekts. Unhaltbare Inkonsistenz!