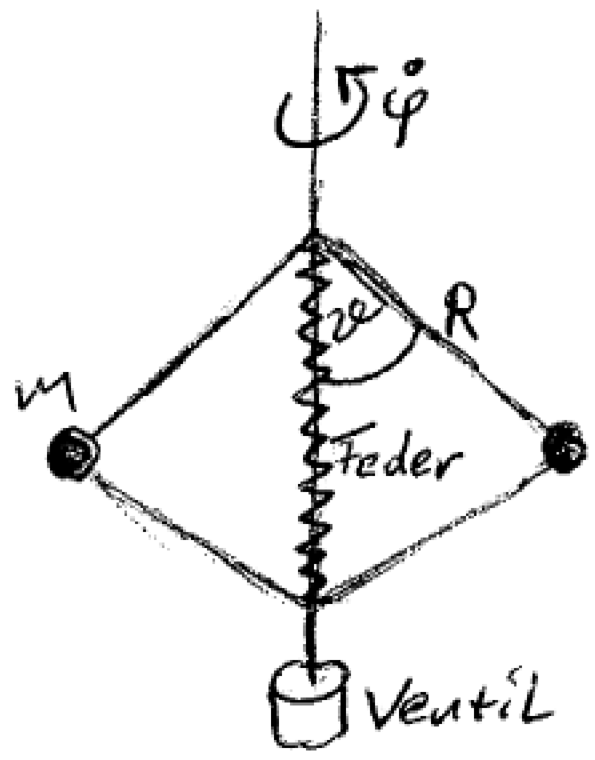


Ist die Winkelgeschwindigkeit $\dot\varphi$ zu hoch, so wird die Feder zusammengedrückt und das Ventil geöffnet

→ Regulation der Leistung bei Dampfmaschinen

Lagrange-Funktion: $L = T - U$

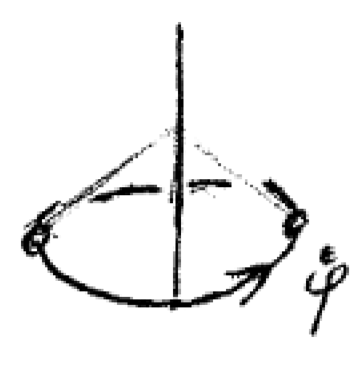
Koordinaten: φ, ϑ

$$T = 2 \cdot \frac{1}{2} m \left(\underbrace{R^2 \sin^2\vartheta \, \dot\varphi^2} + \underbrace{R^2 \dot\vartheta^2} \right)$$

Bewegung auf Kreis mit Radius $R\sin\vartheta$ und Winkelgeschwindigkeit $\dot\varphi$

⇒ Bahngeschwindigkeit $R\sin\vartheta\,\dot\varphi$

Bewegung auf Kreis mit Radius R, Winkelgeschw. $\dot\vartheta$



$$U = \frac{1}{2} k s^2 = + \frac{1}{2} k R^2 \cos^2\vartheta$$

k: Federkonstante

s: Stauchung der Feder

Mit wachsendem ϑ wächst U.
~~Das ist physikalisch~~
(Feder wird dann zusammengedrückt)
Deswegen muss hier + stehen

$$L = R^2 m \left(\sin^2\vartheta\, \dot\varphi^2 + \dot\vartheta^2 \right) - \frac{1}{2} K R^2 \cos^2\vartheta$$

Bewegungsgleichungen:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot\varphi} = \frac{\partial L}{\partial \varphi}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 R^2 m \sin^2\vartheta\, \ddot\varphi + 4 R^2 m \sin\vartheta \cos\vartheta\, \dot\varphi \dot\vartheta = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin\vartheta\, \ddot\varphi + 2 \cos\vartheta\, \dot\varphi \dot\vartheta = 0$$

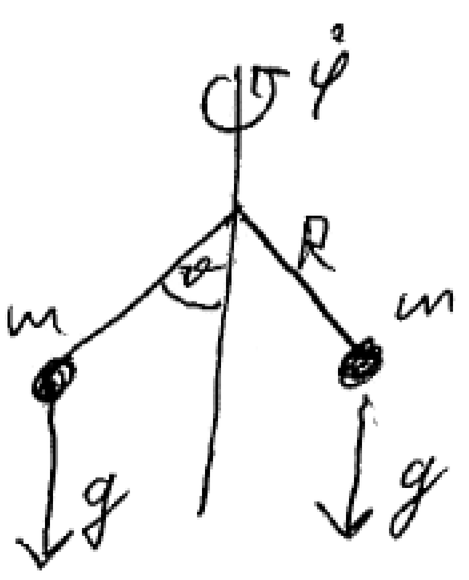
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot\vartheta} = \frac{\partial L}{\partial \vartheta}$$

$$\Leftrightarrow \quad R^2 m \ddot\vartheta = 2 R^2 m \sin\vartheta \cos\vartheta\, \dot\varphi^2 + K R^2 \cos\vartheta \sin\vartheta$$

$$\Leftrightarrow \quad m \ddot\vartheta = 2 m \sin\vartheta \cos\vartheta\, \dot\varphi^2 + K \cos\vartheta \sin\vartheta$$

Ähnliches Problem:

Gravitation statt Feder:



$T =$ wie zuvor

$$U = -2 \cdot m g R \cos\vartheta \quad (= 2 \cdot m g h$$ Potentielle Energie)

Mit wachsendem ϑ soll die potentielle Energie U steigen, $\cos\vartheta$ ist aber monoton fallend. $-\cos\vartheta$ ist steigend, wie verlangt.

Bewegungsgleichungen:

$$\sin\vartheta \, \ddot\varphi + 2\cos\vartheta \, \dot\varphi \, \dot\vartheta = 0$$

$$2 \cdot R^2 m \, \ddot\vartheta = 2 R^2 m \sin\vartheta \cos\vartheta \, \dot\varphi^2 - 2 m g R \sin\vartheta$$

Lagrangefunktion:

$$L = 2 \cdot \frac{R^2 m}{2} \left(\sin^2\vartheta \, \dot\varphi^2 + \dot\vartheta^2 \right) + 2 m g R \cos\vartheta$$