

A. Einstein, 1905, Annalen der Physik: "Zur Elektrodynamik bewegter Körper"

Empfehlenswerte Notizen: David Mermin (Cornell University, USA):

"Physics 209: Introductory Notes on Relativity"

www.lassp.cornell.edu/~cew2/P209/P209_home.html

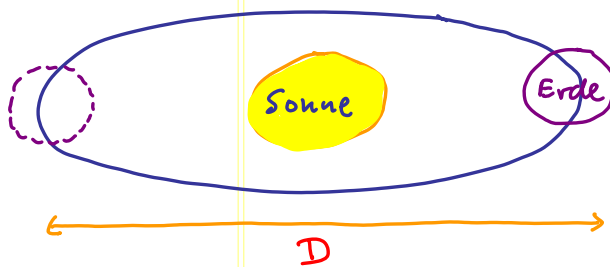
Buch: N. David Mermin: "It's About Time: Understanding Einstein's Relativity",

Princeton University Press, 2005

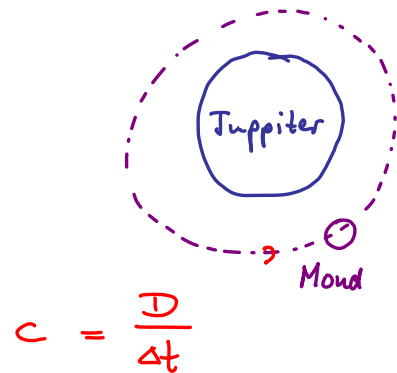
Lichtgeschwindigkeit (LG)

1) Erste Messversuche - Galilei

2) Erste erfolgreiche Schätzung - Romer (1676)

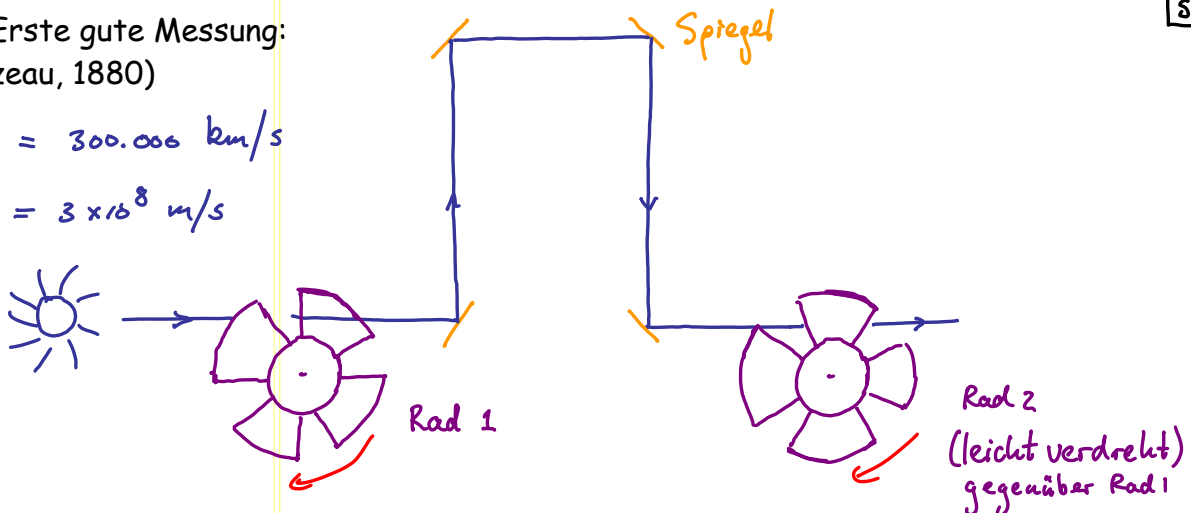


Jupiter-Mondfinsternis früher/später als erwartet,
wenn Erde näher/weiter weg war:



3) Erste gute Messung:
(Fizeau, 1880)

$$c = 300.000 \text{ km/s}$$
$$= 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$



4) Heute: $c \equiv 299.792.458 \text{ m/s}$ per Definition!

Das ist eigentlich
Definition des Meters:

$$1 \text{ m} = \text{Abstand, den Licht in } \left(\frac{1}{299.792.458} \right) \text{ s}$$

zurücklegt

5) Intuition:

$$c \approx 1 \text{ Fuß/Nanosekunde} = 1 \text{ f/ns}$$

$\hookrightarrow 10^{-9}$

Offensichtliche Frage: "relativ zu was" bewegt sich Licht mit 300.000 km/s ??

SR3

Mögliche Antwort 1 (MA1): "Relativ zu einem 'Licht-Medium' ('Lichtäther')"

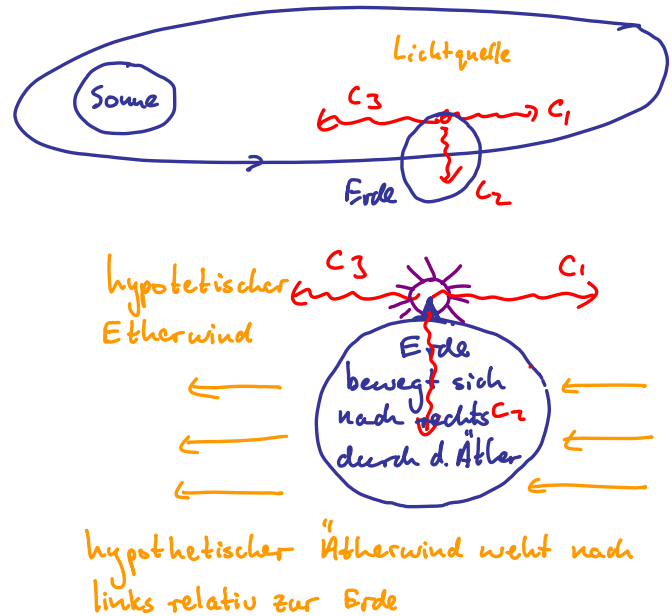
Wäre analog zu Schallwellen durch Luft oder Wasser, wo Schallgeschwindigkeit relativ zu Medium unabhängig ist von Geschwindigkeit der Quelle.

Aber: MA1 widerspricht Experiment (Michelson-Morley (1887))

Erwartet: $c_1 < c_2 < c_3$

(mit Strom schwimmen ist schneller als gegen Strom schwimmen)

Gemessen: $c_1 = c_2 = c_3$!!



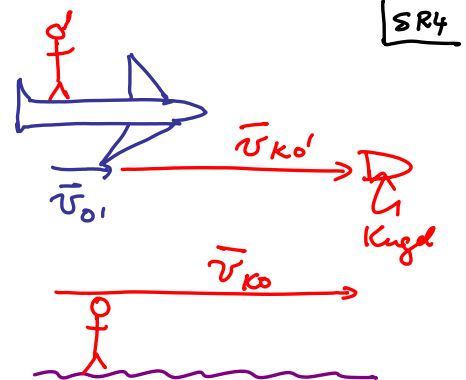
Mögliche Antwort 2 (MA2): "Relativ zur Quelle"

Wäre analog zu Kugel aus Flugzeug gefeuert:

Geschw. Flugzeug rel. zu Boden: $\vec{v}_{0'}$

Geschw. Kugel rel. zu Flugzeug: $\vec{v}_{k0'}$

Geschw. Kugel rel. zu Boden: $\vec{v}_k = \vec{v}_{k0'} + \vec{v}_{0'}$

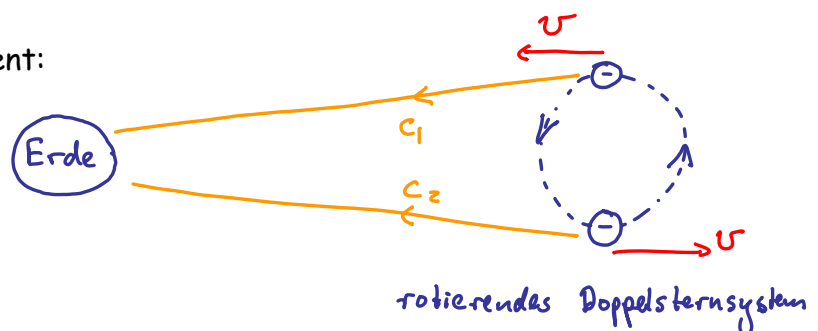


Aber: MA2 widerspricht Experiment:

Erwartet $c_1 = c + v$

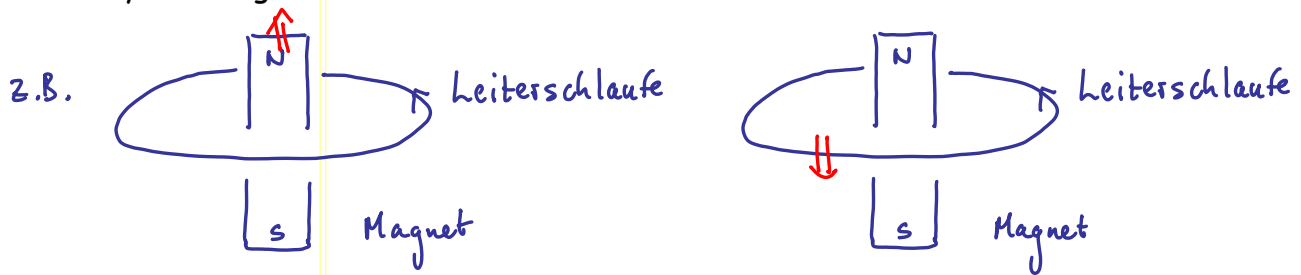
laut Galileo: $c_2 = c - v$

Gemessen: $c_1 = c_2$



Ferner: MA2 widerspricht Maxwell's Elektrodynamik, die vorhersagt: Geschwindigkeit aller elektromagnetischer (EM) Strahlung ist genau c , unabhängig von Geschw. der Quelle!

Enter Einstein: er bemerkt: EM-Phänomene sehen in verschiedenen Inertialsystemen gleich aus!



Elektromotorische Kraft in Leiterschleife ist dieselbe, unabhängig davon ob Leiterschleife ruht und Magnet bewegt wird oder umgekehrt.

Einstein postuliert:

- 1) Relativitätsprinzip: (Alle) IS sind für Beschreibung (aller) physikalischen Gesetze äquivalent (1)
(somit ist "Einführung eines Lichtäthers oder absolut ruhenden Raumes" überflüssig)
- 2) Konstanz der Lichtgeschwindigkeit (LG): Die LG im Vakuum hat in allen IS den gleichen Wert c (unabhängig von deren Relativgeschw. zur Quelle) (2)
(2 folgt aus 1, da Maxwell-Theorie besagt: c ist unabhängig von Quelle)

Fazit: Relativ zu was bewegt sich Licht mit c ?

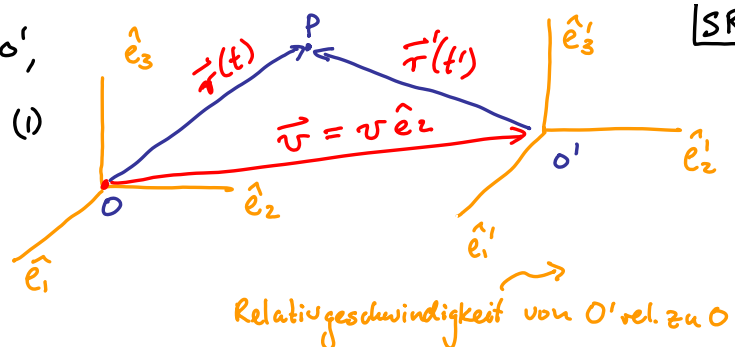
Antwort: Egal! Relativ zu allen beliebigen IS!

(3)

Explizit: Für $t = t'$ sei $O = O'$,

also: $x(O')$

Koordinaten des Ursprungs von O' aus Sicht von O .



SR6

Lichtblitz starte bei $t = t'$ in $O = O'$, und erreicht etwas später Punkt P.

O sagt: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2$ (2)

O' sagt: $r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$ (3)

Liefert Widerspruch zur Galilei-Transformation: $x' = x$ (B86.3), $t' = t$ (4)
(4) in (3) liefert nicht (2) !!

$$y' = y + vt$$

$$z' = z$$

(5.3) erscheint zunächst verblüffend, wenn wir annehmen, dass Apparate für Messung von Geschw. (oder, weil $v = x/t$, von Abständen (Messlatten) und Zeiten (Uhren), für O und O' 100% gleich funktionieren. Tun sie aber nicht! Grund: Relativitätsprobleme

Problem der Gleichzeitigkeit

SR7

Zeitmessung ist Aussage über gleichzeitige Ereignisse:

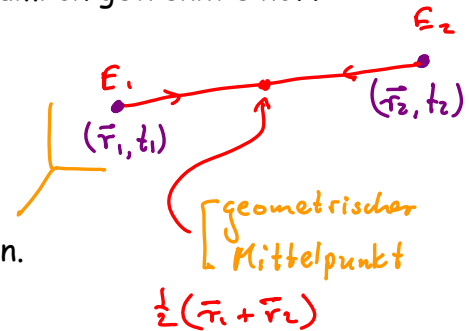
"Zug kommt um 7 Uhr" heisst:

"Uhrzeiger zeigt auf 7" und "Zug kommt" sind gleichzeitige Ereignisse.

Wie ist "gleichzeitig" definiert, wenn zwei Ereignisse räumlich getrennt sind??

Einstein's Definition (nutzt Konstanz der LG):

Ereignisse $(\vec{r}_1, t_1)$ und $(\vec{r}_2, t_2)$ sind gleichzeitig, wenn zwei Lichtstrahlen, zur Zeit t_1 von $\vec{r}_1$ und t_2 von $\vec{r}_2$ ausgesandt, gleichzeitig im geometrischen Mittelpunkt ankommen.



Wir werden zeigen:

Zwei Ereignisse, die für O' gleichzeitig erscheinen, erscheinen für O ungleichzeitig!

(mit anderen Worten: Uhren von O und O' lassen sich nicht perfekt synchronisieren...)

(Berühmtes) Beispiel: "Photonenpaar im Zug"
(Mermin Notes, Part 5)

SR9

Fall 1: Wagen O' steht im Bahnhof O .

Alle O -Uhren sind miteinander synchronisiert,

Alle O' -Uhren sind miteinander synchronisiert.

Von Wagenmitte werden gleichzeitig,

zur Zeit $t_m = t'_m$ zwei Photonen

abgeschossen

O und O' sehen dasselbe:

Photonen kommen gleichzeitig

hinten und vorne an, zur Zeit

$t_h = t_v$ (laut O),

$t'_h = t'_v$ (laut O'),

und zünden zwei Knallerbsen.

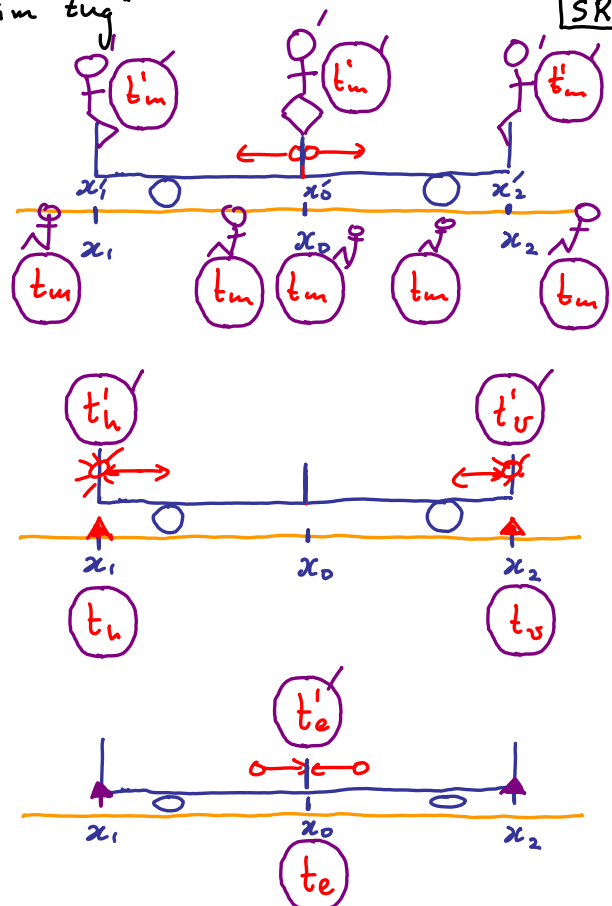
Die machen Flecken auf die Schiene,

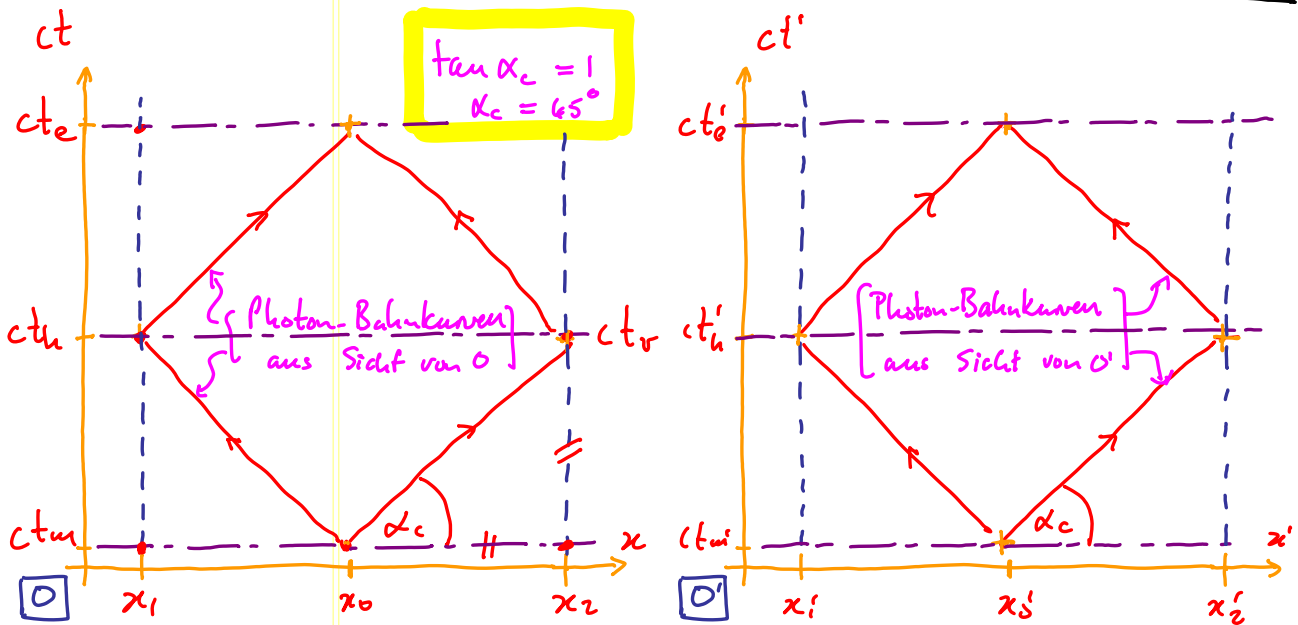
und schicken Photonen zurück,

welche die Wagenmitte gleichzeitig

erreichen, zur Zeit

$t_e = t'_e$



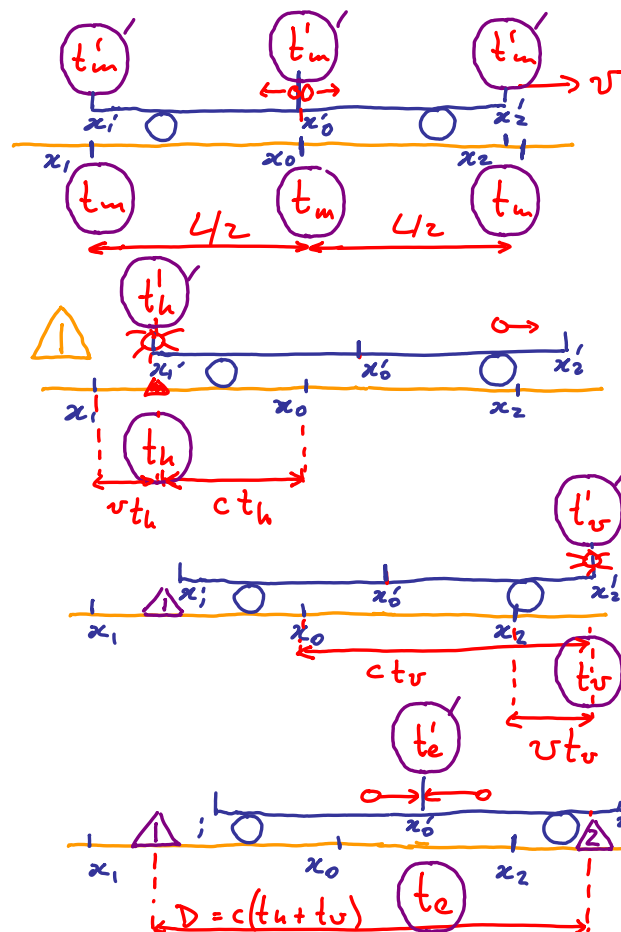


Blau: "Weltlinien für eine Abfolge von Ereignissen (z.B. Bahnkurve von Hinter- und Vorderwand des Wagens)
 Lila: Gleichzeitige Ereignisse (synchronisierte Uhren haben denselben Zeigerstand)
 Rot: Photonbahnen (Steigung: $\tan \alpha_c = 1$) (auch "Lichtkegel" genannt)

Fall 2: Wagen fährt durch Bahnhof (Geschwindigkeit $= v$). $t_{m1} = t'_{m1}$ sei Zeitpunkt, wenn $x_0 = x'_0$
 Dann werden die zwei Photonen gleichzeitig abgeschossen.

O sagt: L-Photon trifft hinten z.Z. t_h
 R-Photon trifft vorne z.Z. $t_v (> t_h)$
 O' sagt: weil $LG = c$ in jedem IS, ist für mich $Fall_1 = Fall_2$
 Photonen kommen gleichzeitig hinten, vorne an: $t_h = t'_v$
 Fazit: ["gleichzeitig" für O'] $\neq$
 ["gleichzeitig" für O]

Ferner: die Ankünfte der zwei Knallerbsenphotonen bei Wagenmitte passieren gleichzeitig zur Zeit t'_e (laut O')
 Weil diese Ereignisse am selben Ort stattfinden, sieht auch O sie gleichzeitig zur Zeit t_e (laut O)



Raum-Zeit-Diagramm für Fall 2: Wagen O' fährt durch Bahnhof O

SR12

① Wie bewegt sich Wagen?

Zum Zeitpunkt $t_m = t'_m = 0$

Sei $x_m = x'_m$

Geschw = v , $x_{\text{mitte}} = x'_0 = vt$

Steigung: $\tan \alpha = \frac{ct_h}{vt_h} = \frac{c}{v}$

② Wie liegen x' - und t' -Achsen im O-Diagramm?

Linien mit $x' = \text{konst}$:

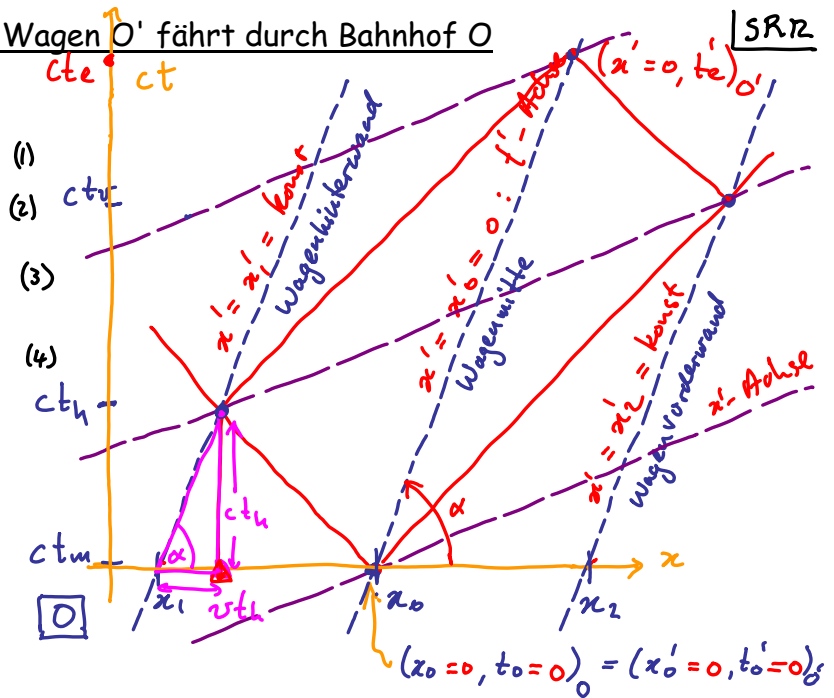
fixe Punkte im Wagen

ct' -Achse: wo $x' = 0$

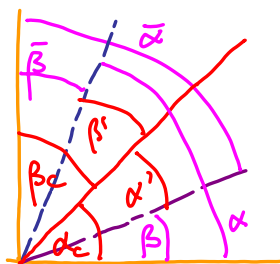
Photonen zurück bei $x' = 0$ z.B. t'_e

Steigung der t' -Achse: $\tan \alpha^{(*)} = c/v$

③ Linien mit $t' = \text{konst}$: Lichtblitze sind in O' gleichzeitig vorne und hinten angekommen: $t'_h = t'_v$
Alle Geraden mit $t' = \text{konst}$ sind $\parallel$ zu $t'_h = t'_v = t' \Rightarrow x'$ -Achse: wo $t' = 0$



Winkel in Raum-Zeit-Diagramm?



$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \beta_c + \alpha' = \alpha \\ \bar{\beta} &= \beta_c - \beta' = \beta \\ \alpha &= \alpha_c + \beta' \\ \beta &= \alpha_c - \alpha' \end{aligned} \quad (6)$$

Winkel zwischen Photonbahn und

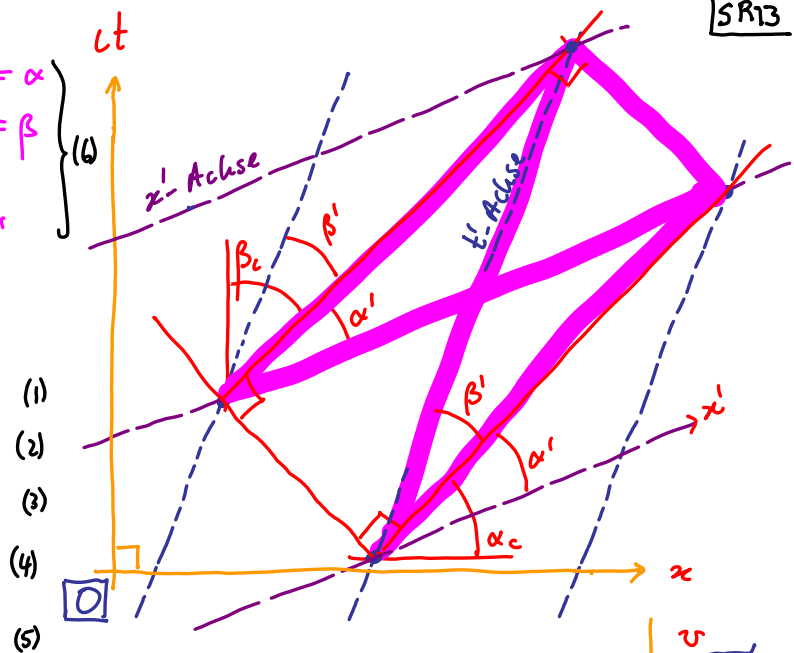
- x -Achse: $\alpha_c = 45^\circ$
- ct -Achse: $\beta_c = 45^\circ = \alpha_c$
- gegenläufiger Photonbahn: 90°
- x' -Achse: α'
- ct' -Achse: $\beta' = \alpha'$

$\Rightarrow$ Photonenbahnen halbieren immer Winkel zwischen x' - und ct' -Achse

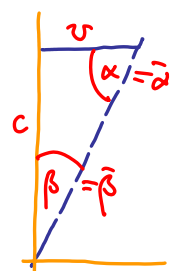
$$\Rightarrow \bar{\alpha}^{(6)} = \alpha \text{ und } \bar{\beta}^{(6)} = \beta \quad (7) \Rightarrow 90^\circ = \alpha + \bar{\beta} = \alpha + \beta \quad (8) \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

Wir wissen bereits, dass

$$\tan \alpha \stackrel{(2.4)}{=} \frac{c}{v} \quad (8) \Rightarrow \tan \beta = \frac{v}{c}$$



SR13



Wie groß ist die Zeitdifferenz $t_v - t_h$ für 0?

SR14

Wagen hat Länge

$$L = x_2 - x_1$$

Abstand zwischen Flecken 1, 2

$$D = c(t_v + t_h)$$

Weg des L-Photons:

$$ct_h = L/2 - vt_h$$

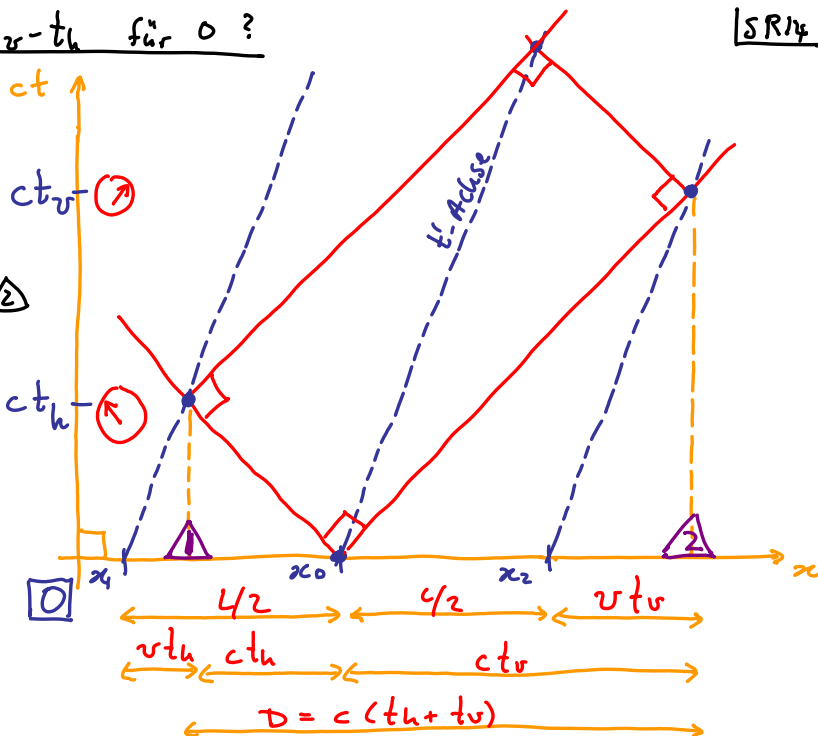
Weg des R-Photons:

$$ct_v = L/2 + vt_v$$

$$(4) - (3): \underbrace{c(t_v - t_h)}_{\Delta t} = v(t_v + t_h) \stackrel{(2)}{=} vD/c$$

$$\Delta t = \frac{vD}{c^2}$$

$$(\rightarrow 0 \text{ wenn } \frac{v}{c} \rightarrow 0) \quad (6)$$



Allgemeine Regel (R1):

SR15

Falls zwei Ereignisse E1, E2 (Knall 1, Knall 2) gleichzeitig sind in einem IS (hier O'), dann gilt in einem zweiten IS (hier O), das sich mit Geschw v in Richtung von E2 (Knall 2) nach E1 (Knall 1) bewegt, dass

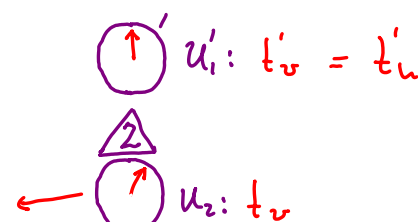
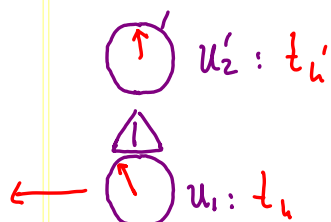
$$E1 \text{ um die Zeitspanne } \Delta t = \frac{vD}{c^2} \text{ vor } E2 \text{ stattfindet,}$$

(1)

wobei D der Abstand zwischen E1 und E2 im zweiten IS ist.

O baue (O-)synchronisierte Uhren u_1, u_2 an den Flecken 1, 2 auf, und

O' (O')-synchronisierte Uhren u_1', u_2' an der Hinter- und Vorderwand bei x_1', x_2'



Wie erklärt sich O', dass O eine Differenz $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$ misst für Ereignisse, die (laut O') gleichzeitig sind?

O' wird behaupten: Uhr U1 "geht nach" (asynchron) (geht langsamer) relativ zu U2 !!

Allgemeine Regel (R2):

SR16

Wenn 2 Uhren in ihrem Ruhesystem (hier O) synchronisiert und einen Abstand D getrennt sind, dann gilt aus Sicht eines Systems (hier O'), in dem diese O -Uhren sich entlang ihrer Verbindungslinie mit Geschw. v bewegen:

die vordere O -Uhr geht ~~nach~~ ^(asynchron) ~~(langsamer)~~ relativ zur hinteren O -Uhr um $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$

Allgemein ist Asynchronität gegeben durch:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{v}{c^2} \quad (1)$$

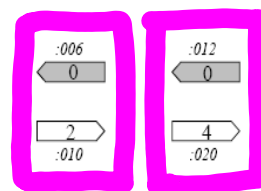
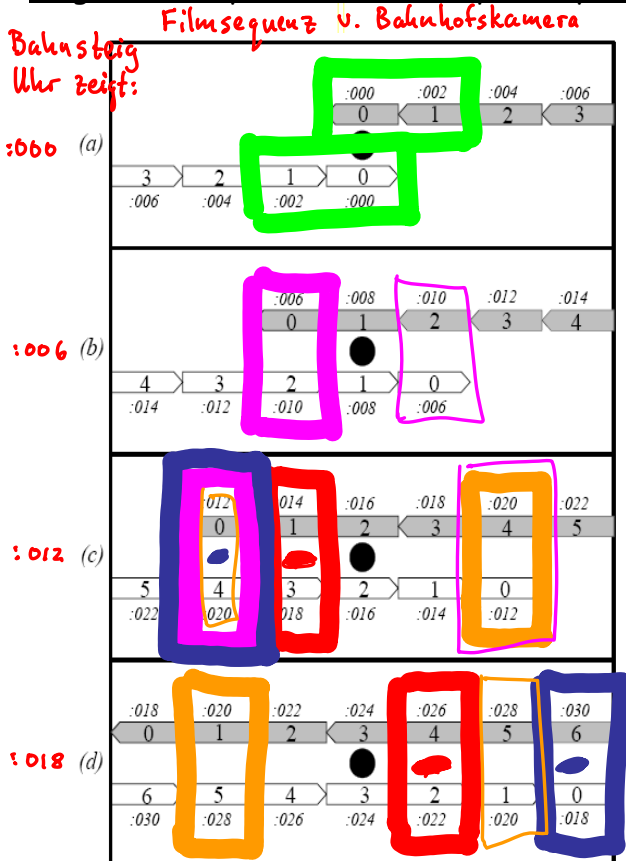
Zahlenbeispiele: $D \sim 3 \text{ km}$, $v \sim 30 \text{ m/s}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (2)

$$\Delta t = \frac{(3 \times 10^3 \text{ m})(30 \text{ m/s})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} \approx 10^{-12} \text{ s} = 1 \text{ picosec} \quad (3)$$

Laserforscher können Pulse mit Dauer 10^{-15} – 10^{-18} Sekunden auflösen.
femtosec attosec (4)

Folgen von Asynchronität: Beispiel Asynchrone Züge (Mermin Notes, Part 9)

SR17



(Asynchronität)_E: $2 \frac{T}{W}$

$$v_w = \frac{\Delta x_w}{\Delta t_w} = \frac{1}{5} \text{ W/T}$$

Zeitdilatation:

$$\frac{\Delta t_g}{\Delta t_w} = \frac{3}{5} = \gamma'$$

Längenkontraktion:

$$\frac{\Delta x_g}{\Delta x_w} = \frac{3}{5} = \gamma'$$

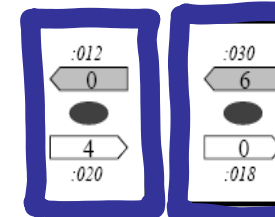
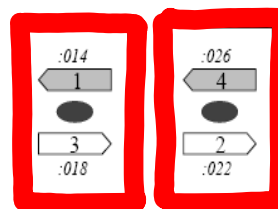
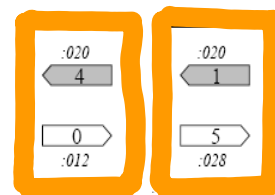
Asynchronität d. W-wagen

$$\frac{\Delta t_w}{\Delta x_w} = \frac{16}{5}$$

Lichtgeschwindigkeit:

$$c = \left(\frac{v}{\Delta t / \Delta x} \right)^{1/2} = \frac{1}{4}$$

Überlichtgeschwindigkeit:
 $v > c$ liefert Uneinigkeit
über Reihenfolge v. Fotos!



- Weisser Zug (W) und grauer Zug (G) fahren mit gleicher Geschwindigkeit in gegenübergesetzte Richtungen durch einen Bahnhof.
- Am Mittelpunkt jedes Wagens befindet sich eine Uhr, und ein Schaffner mit Kamera.
- Um Folgen von Asynchronität zu illustrieren, stellen wir die Uhren in W untereinander asynchron um 2 Ticks pro Wagen, ebenso für G.
- Dem Personal von W erzählen wir jedoch fälschlicherweise, ihre jeweiligen Uhren seien untereinander synchron; dasselbe erzählen wir dem Personal von G.
- Wenn sich ein W- und G-Wagen Fenster an Fenster gegenüber befinden, machen beide Schaffner ein Foto, das Wagennummern und Uhrzeigerstand beider Uhren zeigt. Jeder Schaffner in jedem Wagen kennt nur die von ihm gemachten Fotos.
- Eine Serie von am Bahnsteig montierten Sicherheitskameras macht dieselben Fotos ebenfalls, sie werden dann zu einer Filmsequenz montiert.
- Einstein (E) steht am Bahnsteig und analysiert die Filmsequenz.

Geschw. beider Züge laut E:

$$v_E = \pm \frac{1 \text{ Wagen}}{6 \text{ Ticks}} = \frac{1}{6} W/T$$

s

Beobachtung 1:

E vergleicht zu gegebenem Zeitpunkt verschiedene Wagen desselben Zuges, und bemerkt eine Asynchronität:

$$\frac{\Delta t_g}{\Delta x_g} = \frac{(2-0) \text{ Ticks}}{(1-0) \text{ Wagen}} = 2 T/W = \frac{\Delta t_w}{\Delta x_w} \quad (1)$$

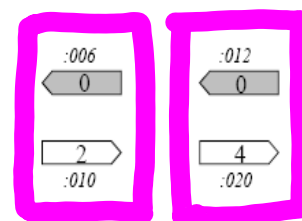
Beobachtung 2:

W-Personal studiert "Bahnkurve" $x(t)$ von G-Wagen Nr. 0, nutzt das für W-Messung der Geschw. dieses G-Wagens.

$$v_w = \frac{\Delta x_w}{\Delta t_w} = \frac{(4-2) \text{ Wagen}}{(20-10) \text{ Ticks}} = \frac{1}{5} W/T \quad (2)$$

(aus Sicht des W-Zuges)

Uhrenvergleich: $\frac{\Delta t_g}{\Delta t_w} = \frac{12-6}{20-10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \gamma^{-1}$ Schrumpffaktor (3)



W-Personal glaubt, W-Uhren seien synchronisiert, und folgert:

- entweder G-Uhren sind nicht-synchronisiert,
- oder (falls sie es doch sind, wie G-Personal beteuert) G-Uhren laufen langsamer

"Zeit-Dilatation": bewegte Uhren laufen langsamer

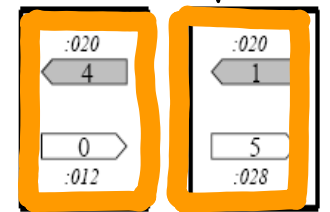
(4)

Übrigens: G-Personal folgert dasselbe für W-Uhren! (Situation ist völlig symmetrisch)
E weiss: Grund für Verwirrung: G- und W-Uhren sind asynchron !!

Beobachtung 3:

G-Personal studiert Fotos von W-Zug zur festen G-Zeit :020, bemerkt $\Delta t_g = 0$, $\Delta t_w \neq 0$ und folgert: W-Uhren sind *asynchron*!

(1)

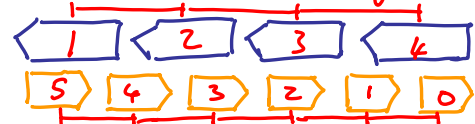


Asynchronität der W-Uhren laut G = $\frac{\Delta t_w}{\Delta x_w} = \frac{(28-12) \text{ Ticks}}{(5-0) \text{ Wagen}} = \frac{16}{5} T/w = 3.2 T/w$ (2)

(2) ist ungleich (19.1) [von E gemessen], denn (wie E weiss): G-Uhren sind *auch asynchron*!

Längenvergleich (laut G):

Länge v. (5-0)-W-Wagen = Länge v. (4-1) G-Wagen (3)



$\Rightarrow \frac{\text{Länge 1 W-Wagen}}{\text{Länge 1 G-Wagen}} = \frac{3}{5} = \gamma \leftarrow \text{(gleiche Schrumpffaktor wie 19.3)}$ (4)

G-Personal meint: W-Längen *schrumpft*

Längenkontraktion: bewegte Massstäbe *schrumpfen*!!

(5)

Übrigens: ^WG-Personal folgert *dasselbe* für ^GMassstäbe! (Situation ist völlig *symmetrisch*)
E weiss: Grund für Verwirrung: G- und W-Uhren sind *asynchron*!

Asynchronität liefert effektive "Lichtgeschwindigkeit":

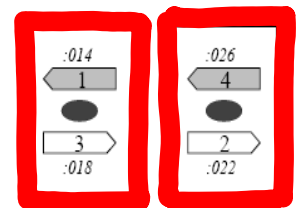
(SR2)

(16.1) $\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow c^2 = \frac{v}{\Delta t_w / \Delta x_w} \stackrel{(19.2)}{=} \frac{1/5 W/T}{16/5 T/w} = \frac{1}{16} (w/T)^2 \Rightarrow c = \frac{1}{4} \frac{w}{T}$

Zwei Fotos eines Objekts, dass sich mit c bewegt, aus Sicht von W und von G (!) [obwohl W und G sich relativ zueinander bewegen!!]

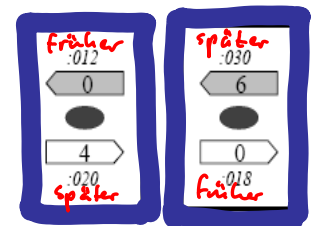
$(v_o)_g = \frac{(\Delta x_o)_g}{(\Delta t_o)_g} = \frac{(4-1)w}{(26-14)T} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} w/T \checkmark$

$(v_o)_w = \frac{(\Delta x_o)_w}{(\Delta t_o)_w} = \frac{(3-2)w}{(22-18)T} = \frac{1}{4} w/T \checkmark$



Zwei Fotos eines Objekts, dass sich (für W und G) mit $> c$ bewegt:

$(v_o)_g = \frac{(\Delta x_o)_g}{(\Delta t_o)_g} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ $(v_o)_w = \frac{(\Delta x_o)_w}{(\Delta t_o)_w} = \frac{4}{2} = 2 > \frac{1}{4}$



Aber: W und G sind sich *uneins* über die Reihenfolge, in der die Fotos entstanden sind! Das illustriert allgemeine Tatsache: würde sich ein Objekt schneller als Licht bewegen, würden sich immer zwei IS finden, die sich *uneins* wären über die Reihenfolge von Ereignissen in der Geschichte (Bahnkurve) des Objekts. $\Rightarrow$ Unhaltbare Inkonsistenz!