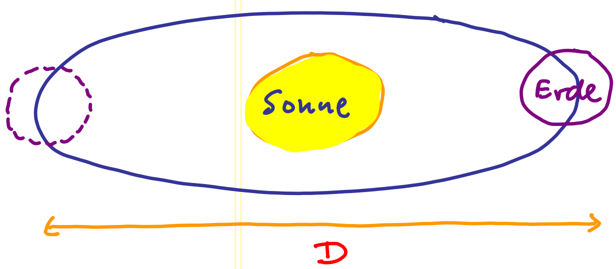
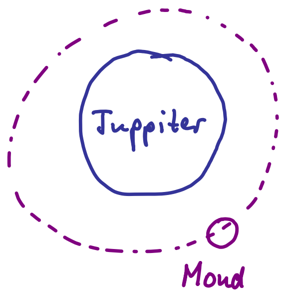
A. Einstein, 1905, Annalen der Physik: "Zur Elektrodynamik bewegter Körper"
Empfehlenswerte Notizen: David Mermin (Cornell University, USA):
"Physics 209: Introductory Notes on Relativity"
www .lassp.cornell.edu/~cew2/P209/P209_home.html
Buch: N. David Mermin: "It's About Time: Understanding Einstein's Relativity",
Princeton University Press, 2005

Lichtgeschwindigkeit (LG)

1) Erste Messversuche - Galilei
2) Erste erfolgreiche Schätzung - Romer (1676)



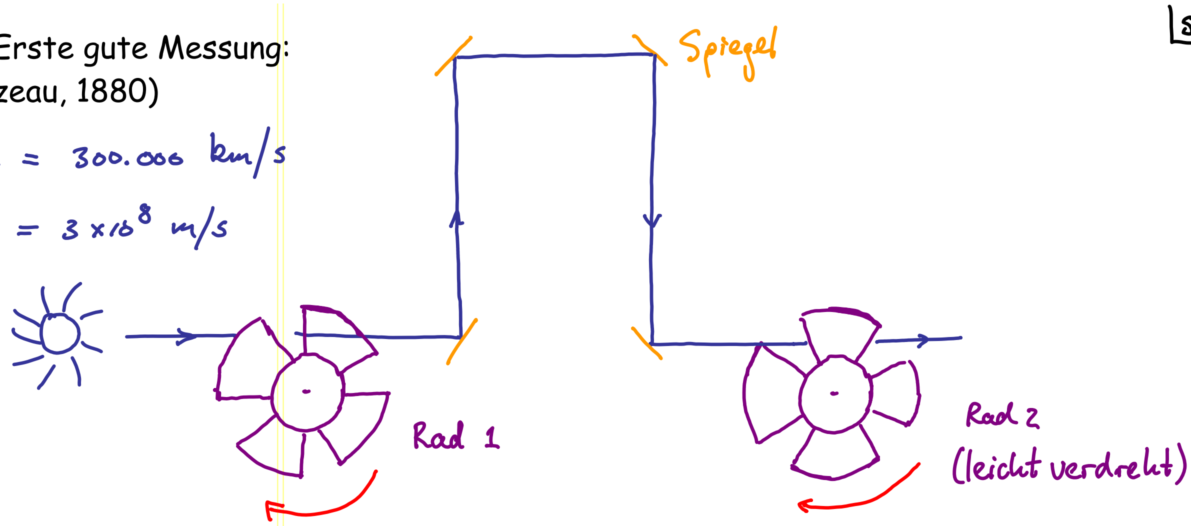


Jupiter-Mondfinsternis früher/später als erwaret,
wenn Erde näher/weiter weg war:

$$c = \frac{D}{\Delta t}$$

3) Erste gute Messung:
(Fizeau, 1880)

$c = 300.000$ km/s
$= 3 \times 10^8$ m/s



4) Heute: $c \equiv 299.792.458$ m/s per Definition!

Das ist eigentlich
Definition des Meters:

1m = Abstand, den Licht in $\left(\frac{1}{299.792.458}\right)$ s zurücklegt

5) Intuition:

$c \simeq 1$ Fuß/Nanosekunde $= 1$ f/ns

↳ 10^{-9} s

SR3

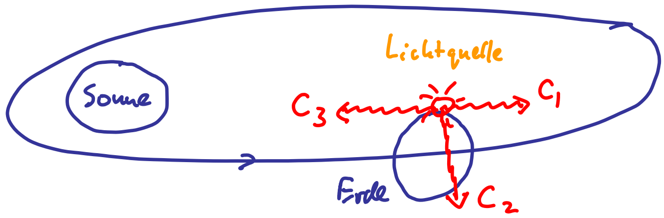
Offensichtliche Frage: "relativ zu was" bewegt sich Licht mit 300.000 km/s ??

Mögliche Antwort 1 (MA1): "Relativ zu einem 'Licht-Medium' ('Lichtäther')

absolut ruhend ?

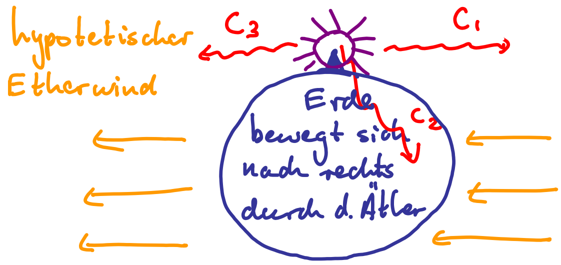
Wäre analog zu Schallwellen durch Luft oder Wasser, wo Schallgeschwindigkeit relativ zu Medium unabhängig ist von Geschwindigkeit der Quelle.

Aber: MA1 widerspricht Experiment (Michelson-Morley (1887)



Erwartet: $c_1 < c_2 < c_3$

(mit Strom schwimmen ist schneller als gegen Strom schwimmen)



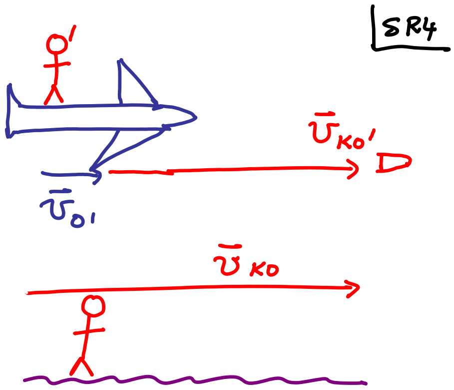
hypothetischer Ätherwind weht nach links relativ zur Erde

Gemessen: $c_1 = c_2 = c_3$!!

SR4

Mögliche Antwort 2 (MA2): "Relativ zur Quelle"

Wäre analog zu Kugel aus Flugzeug gefeuert:



Geschw. Flugzeug rel. zu Boden: $\vec{v}_{O'}$

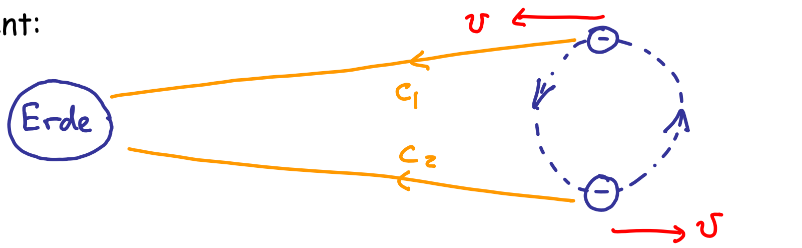
Geschw. Kugel rel. zu Flugzeug: $\vec{v}_{KO'}$

Geschw. Kugel rel. zu Boden: $\vec{v}_K = \vec{v}_{KO'} + \vec{v}_{O'}$

Aber: MA2 widerspicht Experiment:

Erwartet laut Galileo: $c_1 = c + v$, $c_2 = c - v$

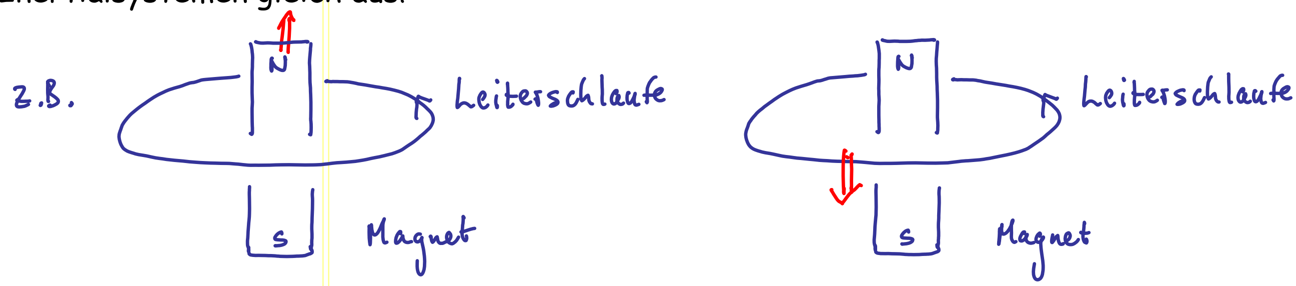
Gemessen: $c_1 = c_2$



rotierendes Doppelsternsystem

Ferner: MA2 widerspricht Maxwell's Elektrodynamik, die vorhersagt: Geschwindigkeit aller elektromagnetischer (EM) Strahlung ist genau c, unabhängig von Geschw. der Quelle!

Enter Einstein: er bemerkt: EM-Phänomene sehen in verschiedenen Inertialsystemen gleich aus!



Elektromotorische Kraft in Leiterschlaufe ist dieselbe, unabhängig davon ob Leiterschlaufe ruht und Magnet bewegt wird oder umgekehrt.

Einstein postuliert:

1) Relativitätsprinzip: (Alle) IS sind für Beschreibung (aller) physikalischen Gesetze äquivalent (1)
(somit ist "Einführung eines Lichtäthers oder absolut ruhenden Raumes" überflüssig)

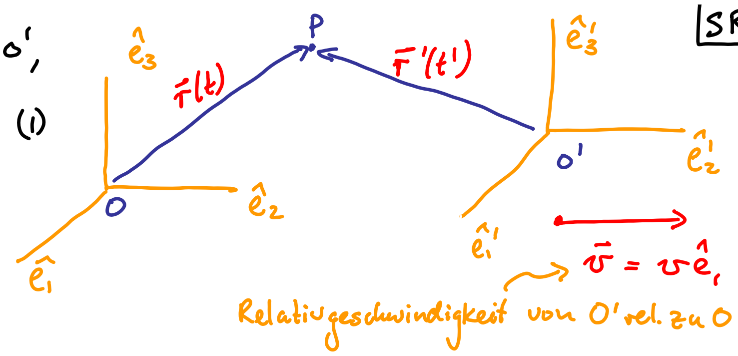
2) Konstanz der Lichtgeschwindigkeit (LG): Die LG im Vakuum hat in allen IS den gleichen Wert c (unabhängig von deren Relativgeschw. zur Quelle)
(2 folgt aus 1, da Maxwell-Theorie besagt: c ist unabhängig von Quelle) (2)

Fazit: Relativ zu was bewegt sich Licht mit c?
Antwort: Egal! Relativ zu allen beliebigen IS! (3)

Explizit: Für $t = t'$ sei $O = O'$,

also: $x'(O') = vt$ (1)

Koordinaten des Ursprungs von O' aus Sicht von O.



Lichtblitz starte bei $t = t'$ in $O = O'$, und erreicht etwas später Punkt P.

O sagt: $$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 \quad (2)$$

(5.2)

O' sagt: $$r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2 \quad (3)$$

Liefert Widerspruch zur Galilei-Transformation : $x' \overset{(BB6.3)}{=} x + vt', \quad t' = t$ (4)

(4) in (3) liefert nicht (2) !!

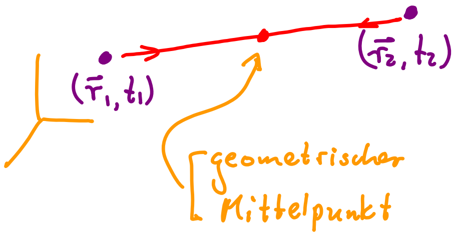
(5.3) erscheint zunächst verblüffend, wenn wir annehmen, dass Apparate für Messung von Geschw. (oder, weil v=x/t, von Abständen (Messlatten) und Zeiten (Uhren), für O und O' 100% gleich funktionieren. Tun sie aber nicht! Grund: Synchronisationsprobleme !!

Problem der Gleichzeitigkeit

Zeitmessung ist Aussage über gleichzeitige Ereignisse:
"Zug kommt um 7 Uhr" heisst:
"Uhrzeiger zeigt auf 7" und "Zug kommt" sind gleichzeitige Ereignisse.

Wie ist "gleichzeitig" definiert, wenn zwei Ereignisse räumlich getrennt sind??

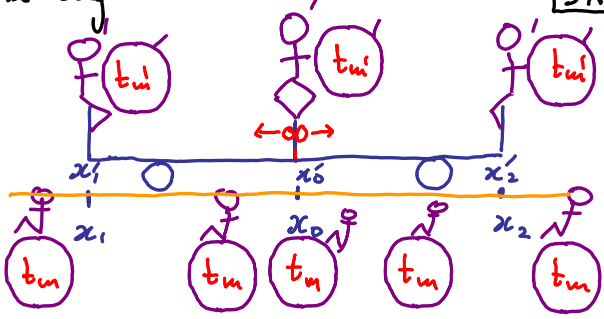
Einstein's Definition (nutzt Konstanz der LG):
Ereignisse $(\vec{r}_1, t_1)$ und $(\vec{r}_2, t_2)$ sind gleichzeitig,
wenn zwei Lichtstrahlen,
zur Zeit t_1 von $\vec{r}_1$ und t_2 von $\vec{r}_2$ ausgesandt,
gleichzeitig im geometrischen Mittelpunkt ankommen.



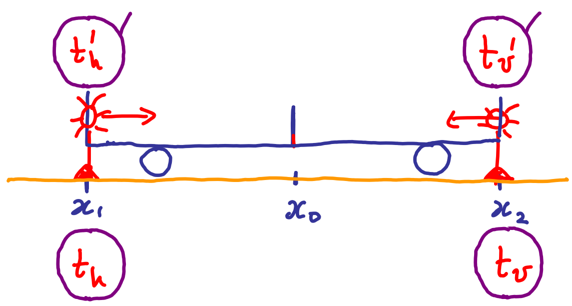
Wir werden zeigen:
Zwei Ereignisse, die für O' gleichzeitig erscheinen, erscheinen für O ungleichzeitig!
(mit anderen Worten: Uhren von O und O' lassen sich nicht perfekt synchronisieren...)

(Berühmtes) Beispiel: "Photonenpaar im Zug"
(Mermin Notes, Part 5)

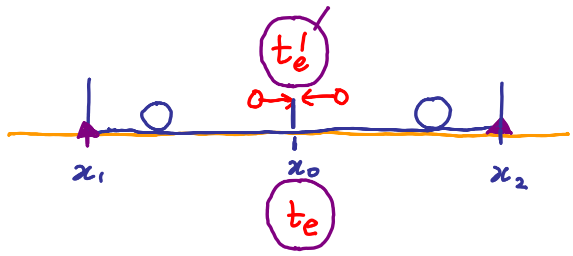
Fall 1: Wagen O' steht im Bahnhof O.
Alle O-Uhren sind miteinander synchronisiert,
Alle O'-Uhren sind miteinander synchronisiert.
Von Wagenmitte werden gleichzeitig,
zur Zeit $t_m = t_m'$ zwei Photonen
abgeschossen



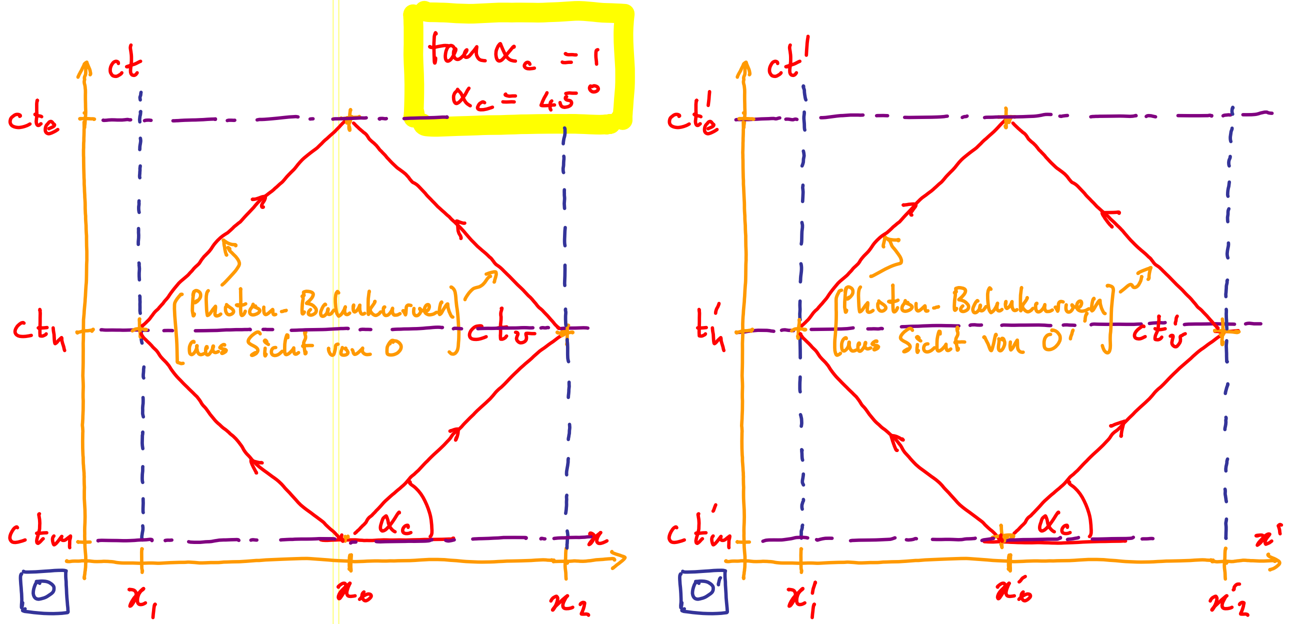
O und O' sehen dasselbe:
Photonen kommen gleichzeitig
hinten und vorne an, zur Zeit
$t_h = t_v$ (laut O),
$t_h' = t_v'$ (laut O'),
und zünden zwei Knallerbsen.
Die machen Flecken auf die Schiene,
und schicken Photonen zurück,



welche die Wagenmitte gleichzeitig
erreichen, zur Zeit
$t_e = t_e'$



Raum-Zeit (Minkowski) -Diagramm für Fall 1: Wagen O' steht im Bahnhof O



Rot: Photonbahnen (Steigung: $\tan\alpha_c = 1$) (auch "Lichtkegel" genannt)

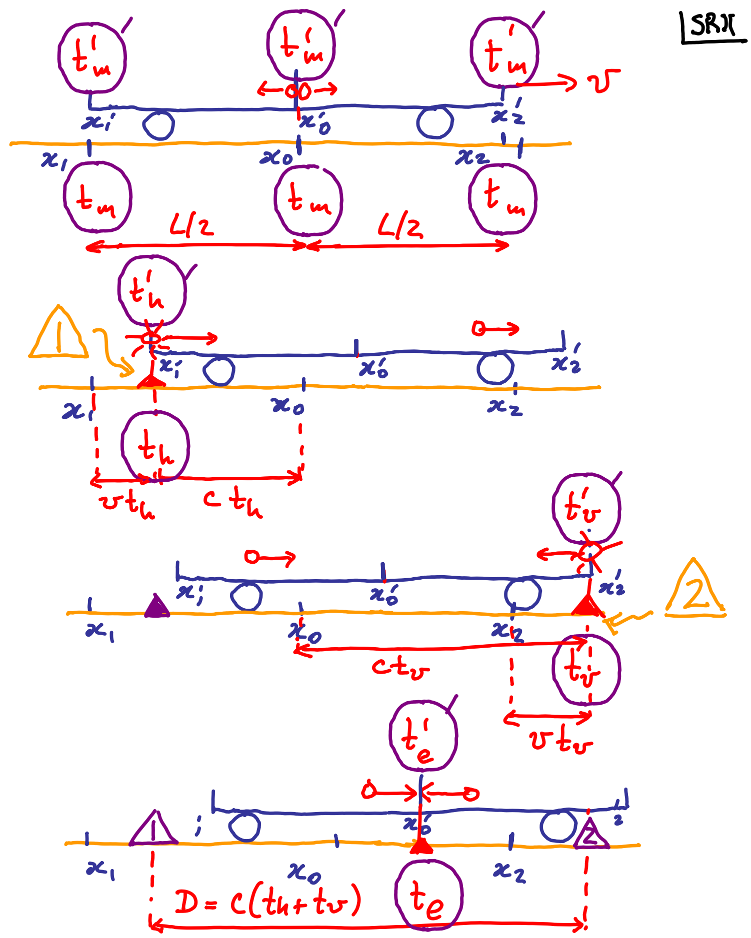
Blau: "Weltlinien" für eine Abfolge von Ereignissen (z.B. Bahnkurve von Hinter- und Vorderwand des Wagens)

Lila: Gleichzeitige Ereignisse (synchronisierte Uhren haben denselben Zeigerstand)

Fall 2: Wagen fährt durch Bahnhof (Geschwindigkeit = v). $t_m = t_m'$ sei Zeitpunkt, wenn $x_0 = x_0'$ Dann werden die zwei Photonen gleichzeitig abgeschossen.

O sagt: L-Photon trifft hinten z.Z. t_h
R-Photon trifft vorne z.Z. $t_v \, (> t_h)$
O' sagt: weil LG = c in jedem IS, ist für mich Fall 1 = Fall 2
Photonen kommen gleichzeitig hinten, vorne an: $t_h' = t_v'$
Fazit: ["gleichzeitig" für O'] ≠ ["gleichzeitig" für O]

Ferner: die Ankünfte der zwei Knallerbsenphotonen bei Wagenmitte passieren gleichzeitig, zur Zeit t_e' (laut O')
Weil diese Ereignisse am selben Ort stattfinden, sieht auch O sie gleichzeitig, zur Zeit t_e (laut O)



Raum-Zeit-Diagramm für Fall 2: Wagen O' fährt durch Bahnhof O

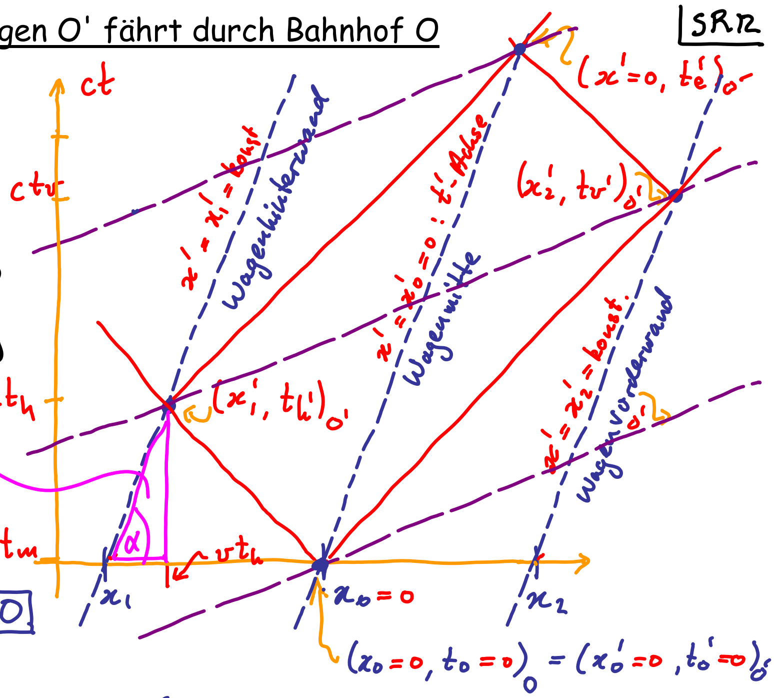
① Wie bewegt sich Wagen?

Zum Zeitpunkt $t_m = t_m' = 0$ (1)

sei $x_m = x_m' = 0$ (2)

Geschw $= v$, $x_{mitte} = x_0' = vt$ (3)

Steigung: $\tan\alpha = \frac{ct_h}{vt_h} = \frac{c}{v}$ (4)



② Wie liegen x'- und t'-Achsen im O-Diagram?

Linien mit $x' =$ konst:

feste Punkte im Wagen!

ct'-Achse: wo $x' = 0$ (5)

Photonen zurück bei $x' = 0$ z.B. t_e' (6)

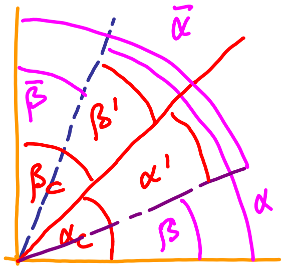
Steigung der t'-Achse: $\tan\alpha \overset{(4)}{=} c/v$ (7) ← alle Geraden mit $x' =$ konst. sind ∥ zur t'-Achse, sonst würden Geraden mit $x_1' \neq x_2'$ sich irgendwann kreuzen, im Widerspruch zu (5)

(8)

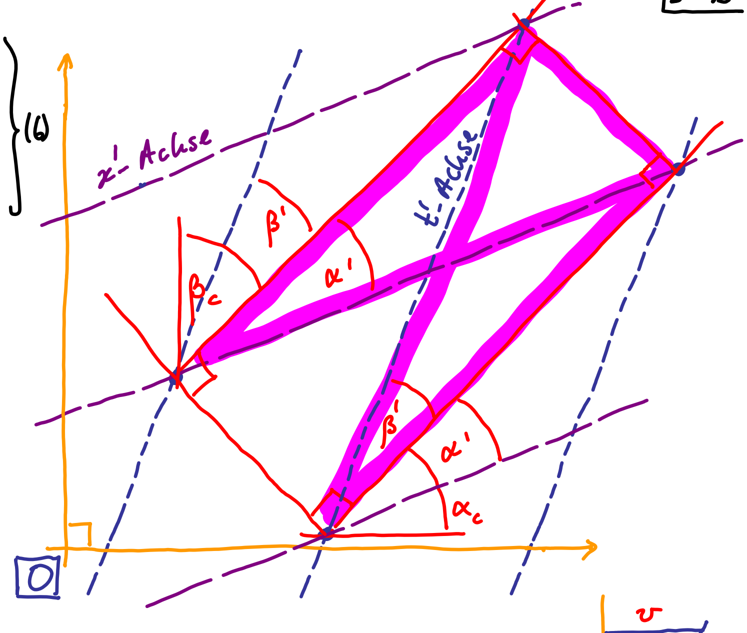
③ Linien mit $t' =$ konst: Lichtblitze sind in O' gleichzeitig vorne und hinten angekommen: $t_h' = t_v'$

Alle Geraden mit $t' =$ konst sind ∥ zu $t_h' = t_v' = t'$ ⇒ x'-Achse: wo $t' = 0$

Winkel in Raum-Zeit-Diagram?

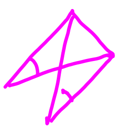


$$\left.\begin{aligned} \bar\alpha &= \beta_c + \alpha' = \alpha \\ \bar\beta &= \beta_c - \beta' = \beta \\ \alpha &= \alpha_c + \beta' \\ \beta &= \alpha_c - \alpha' \end{aligned}\right\} (6)$$

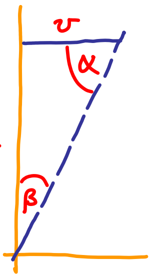


Winkel zwischen Photonbahn und

- x-Achse: $\alpha_c = 45°$ (1)
- ct-Achse: $\beta_c = 45° = \alpha_c$ (2)
- gegenläufiger Photonbahn: 90° (3)
- x'-Achse: α' (4)
- ct'-Achse: $\beta' = \alpha'$ (5)



⇒ Photonenbahnen halbieren <u>immer</u> Winkel zwischen x'- und ct'-Achse



⇒ $\bar\alpha \overset{(6)}{=} \alpha$ und $\bar\beta \overset{(6)}{=} \beta$ (7) ⇒ $90° = \alpha + \bar\beta \overset{(7)}{=}$ $\boxed{\alpha + \beta = 90°}$ (8)

Wir wissen bereits, dass $\boxed{\tan\alpha \overset{(2.4)}{=} \frac{c}{v} \overset{(8)}{\Rightarrow} \tan\beta = \frac{v}{c}}$

Wie groß ist die Zeitdifferenz $t_v - t_h$ für O ?

SR14

Wagen hat Länge

$L = x_2 - x_1$ (1)

Abstand zwischen Flecken 1, 2

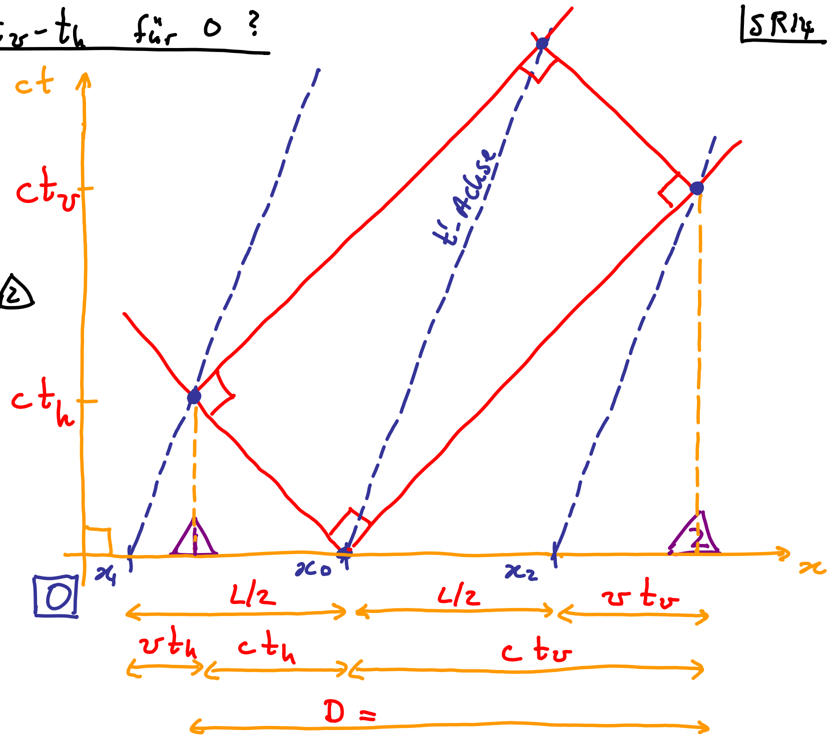
$D = c(t_h + t_v)$ (2)

Weg des L-Photons:

$c t_h = L/2 - v t_h$ (3)

Weg des R-Photons:

$c t_v = L/2 + v t_v$ (4)



(4) − (3): $\underbrace{c(t_v - t_h)}_{\Delta t} = v(t_v + t_h) \overset{(2)}{=} vD/c$ (5)

$\Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{vD}{c^2}}$ $(\to 0 \text{ wenn } \frac{v}{c} \to 0)$ (6)

Allgemeine Regel (R1):

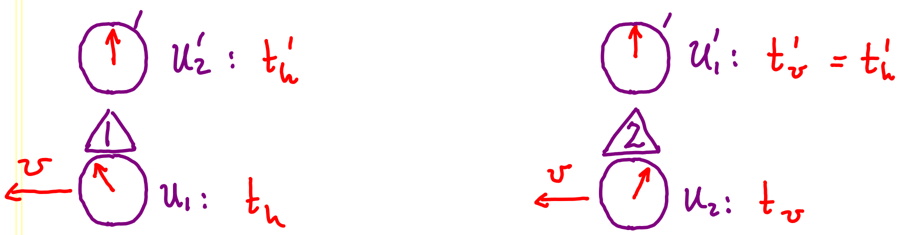
SR15

Falls zwei Ereignisse E1, E2 (Knall 1, Knall 2) gleichzeitig sind in einem IS (hier O'), dann gilt in einem zweiten IS (hier O), das sich mit Geschw. v in Richtung von E_2 (Knall 2) nach E_1 (Knall 1) bewegt, dass

E1 um die Zeitspanne $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$ vor E2 stattfindet, (1)

wobei D der Abstand zwischen E1 und E2 im zweiten IS ist.

O baue (O-)synchronisierte Uhren U_1, U_2 an den Flecken 1, 2 auf, und O' (O'-)synchronisierte Uhren U1', U2' an der Hinter-und Vorderwagendwand bei x_1', x_2'



Wie erklärt sich O', dass O eine Differenz $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$ misst für Ereignisse, die (laut O') gleichzeitig sind?

O' wird behaupten: Uhr U1 "geht nach" (geht langsamer) relativ zu U2 !!

Allgemeine Regel (R2):

Wenn 2 Uhren in ihrem Ruhesystem (hier O) synchronisiert und einen Abstand D getrennt sind, dann gilt aus Sicht eines Systems (hier O'), in dem diese O-Uhren sich entlang ihrer Verbindungslinie mit Geschw. v bewegen:

die vordere O-Uhr geht nach (langsamer) relativ zur hinteren O-Uhr um $\Delta t = \frac{vD}{c^2}$

Allgemein ist Asynchronität gegeben durch:

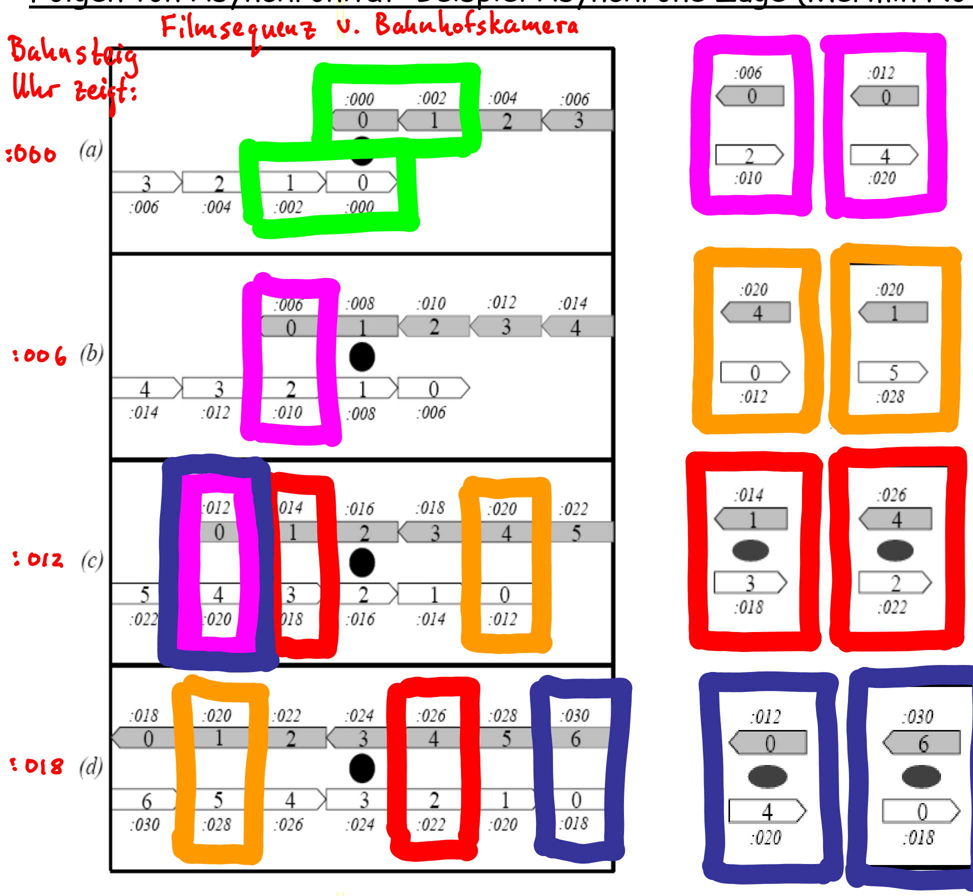
$$\boxed{\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{v}{c^2}} \qquad (1)$$

Zahlenbeispiele: $D \sim 3\,km, \quad v \sim 30\,m/s, \quad c = 3 \times 10^8\,m/s$ (2)

$$\Delta t = \frac{(3\times10^3\,m)(30\,m/s)}{(3\times10^8\,m/s)^2} \simeq 10^{-12}\,s = 1\ \text{picosec} \qquad (3)$$

Laserforscher können Pulse mit Dauer 10^{-15} (femtosec) – 10^{-18} (attosec) sekunden auflösen. (4)

Folgen von Asynchronität: Beispiel Asynchrone Züge (Mermin Notes, Part 9)



$(\text{Asynchronität})_E: 2\,\frac{T}{W}$

$v_W = \frac{\Delta x_W}{\Delta t_W} = \frac{1}{5}\,W/T$

Zeitdilatation: $\frac{\Delta t_G}{\Delta t_W} = \frac{3}{5} = S'$

Längenkontraktion: $\frac{\Delta x_G}{\Delta x_W} = \frac{3}{5} = S'$

Asynchronität d. W-Wagen: $\frac{\Delta t_W}{\Delta x_W} = \frac{16}{5}$

Lichtgeschwindigkeit: $c = \left(\frac{v}{\Delta t/\Delta x}\right)^{1/2} = \frac{1}{4}$

Überlichtgeschwindigkeit: $v > c$ liefert Uneinigkeit über Reihenfolge v. Fotos!

SR18

- Weisser Zug (W) und grauer Zug (G) fahren mit gleicher Geschwindigkeit in gegenübergesetzte Richtungen durch einen Bahnhof.

- Am Mittelpunkt jedes Wagens befindet sich eine Uhr, und ein Schaffner mit Kamera.

- Um Folgen von Asynchronität zu illustrieren, stellen wir die Uhren in W untereinander asynchron um 2 Ticks pro Wagen, ebenso für G.

- Dem Personal von W erzählen wir jedoch fälschlicherweise, ihre jeweiligen Uhren seien untereinander synchron; dasselbe erzählen wir dem Personal von G.

- Wenn sich ein W- und G-Wagen Fenster an Fenster gegenüber befinden, machen beide Schaffner ein Foto, dass Wagennummern und Uhrzeigerstand beider Uhren zeigt. Jeder Schaffner in jedem Wagen kennt nur die von ihm gemachten Fotos.

- Eine Serie von am Bahnsteig montierten Sicherheitskameras macht dieselben Fotos ebenfalls, sie werden dann zu einer Filmsequenz montiert.

- Einstein (E) steht am Bahnsteig und analysiert die Filmsequenz.
  Geschw. beider Züge laut E: $v_E = \pm \frac{1 \text{ Wagen}}{6 \text{ Ticks}}$

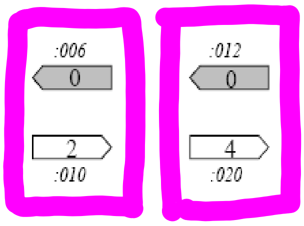
s

SR19

<u>Beobachtung 1:</u>
E vergleicht zu gegebenem Zeitpunkt verschiedene Wagen desselben Zuges, und bemerkt eine <u>Asynchronität</u>:

$$\frac{\Delta t_g}{\Delta x_g} = \frac{(2-0)\text{ Ticks}}{(1-0)\text{ Wagen}} = 2 \text{ W/T} = \frac{\Delta t_w}{\Delta x_w} \qquad (1)$$

<u>Beobachtung 2:</u>
W-Personal studiert "Bahnkurve" x(t) von G-Wagen Nr. 0, nutzt das für W-Messung der Geschw. dieses G-Wagens.



$$v_w = \frac{\Delta x_w}{\Delta t_w} = \frac{(4-2)\text{ Wagen}}{(20-10)\text{ Ticks}} = \frac{1}{5} \text{ W/T} \qquad (2)$$

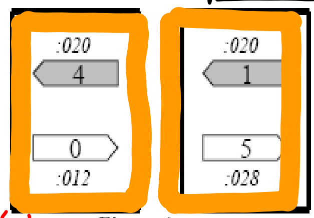
Uhrenvergleich: $\frac{\Delta t_g}{\Delta t_w} = \frac{12-6}{20-10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = S$ Schrumpffaktor (3)

W-Personal glaubt, W-Uhren seien synchronisiert, und folgert:
- entweder G-Uhren sind nicht-synchronisiert,
- oder (falls sie es doch sind, wie G-Personal beteuert) G-Uhren laufen langsamer!

"Zeit-Dilatation": bewegte Uhren laufen langsamer! (4)

Übrigens: G-Personal folgert dasselbe für W-Uhren! (Situation ist völlig symmetrisch)
E weiss: Grund für Verwirrung: G- und W-Uhren sind asynchron !!

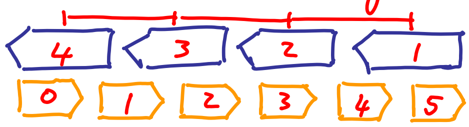
Beobachtung 2:
G-Personal studiert Fotos von W-Zug
zur festen G-Zeit :020, bemerkt $\Delta t_G = 0$, $\Delta t_W \neq 0$, (1)
und folgert: W-Uhren sind asynchron.



Asynchronität der W-Uhren laut G $= \frac{\Delta t_W}{\Delta x_W} = \frac{(28-12)\,T}{(5-0)\,W} = \frac{16}{5}\,T/W = 3.2\,T/W$ (2)

(2) ist ungleich (19.1) [von E gemessen], denn (wie E weiss): G-Uhren sind auch asynchron!

Längenvergleich:



Länge v. $\overset{=5}{(5-0)}$-W-Wagen = Länge v. $\overset{=3}{(4-1)}$ G-Wagen (3)

$\Rightarrow \dfrac{\text{Länge 1 W-Wagen}}{\text{Länge 1 G-Wagen}} = \dfrac{3}{5} = S$ (gleiche Schrumpffaktor wie 19.3) (4)

G-Personal meint: W-Längen schrumpfen!

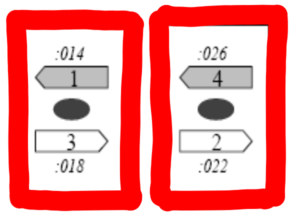
$\boxed{\text{Längenkontraktion: bewegte Massstäbe schrumpfen!}}$ (5)

Übrigens: G-Personal folgert dasselbe für W-Uhren! (Situation ist völlig symmetrisch)
E weiss: Grund für Verwirrung: G- und W-Uhren sind asynchron!

Asynchronität liefert effektive "Lichtgeschwindigkeit":

$$(16.1)\quad \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow c^2 = \frac{v}{\Delta t_W/\Delta x_W} \overset{(19.2)}{\underset{(20.2)}{=}} \frac{1/5\ W/T}{16/5\ T/W} = \frac{1}{16}(W/T)^2 \Rightarrow c = \frac{1}{4}\frac{W}{T}$$

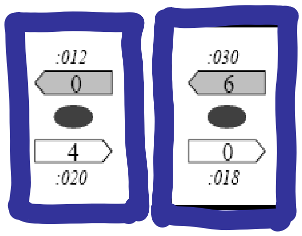
Zwei Fotos eines Objekts, dass sich mit c bewegt, aus Sicht von
W und von G (!) [obwohl W und G sich relativ zueinander bewegen!!]



$$(v_0)_G = \frac{(\Delta x_0)_G}{(\Delta t_0)_G} = \frac{(4-1)\,W}{(26-14)\,T} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}\,W/T \quad ✓$$

$$(v_0)_W = \frac{(\Delta x_0)_W}{(\Delta t_0)_W} = \frac{(3-2)\,W}{(22-18)\,T} = \frac{1}{4}\,W/T \quad ✓$$

Zwei Fotos eines Objekts, dass sich (für W und G) mit > c bewegt:



$$(v_0)_G = \frac{(\Delta x_0)_G}{(\Delta t_0)_G} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} > \frac{1}{4} \qquad (v_0)_W = \frac{(\Delta x_0)_W}{(\Delta t_0)_W} = \frac{4}{2} = 2 > \frac{1}{4}$$

Aber: W und G sind sich <u>uneins</u> über die Reihenfolge, in der die Fotos entstanden sind!
Das illustriert allgemeine Tatsache: würde sich ein Objekt schneller als Licht bewegen, würden sich immer zwei IS finden, die sich uneins wären über die Reihenfolge von Ereignissen in der Geschichte (Bahnkurve) des Objekts. $\Rightarrow$ Unhaltbare Inkonsistenz!