## Invariantes Intervall:

T3 – 7.7.08 | SR25

Falls $(ct')^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2) = s^2$

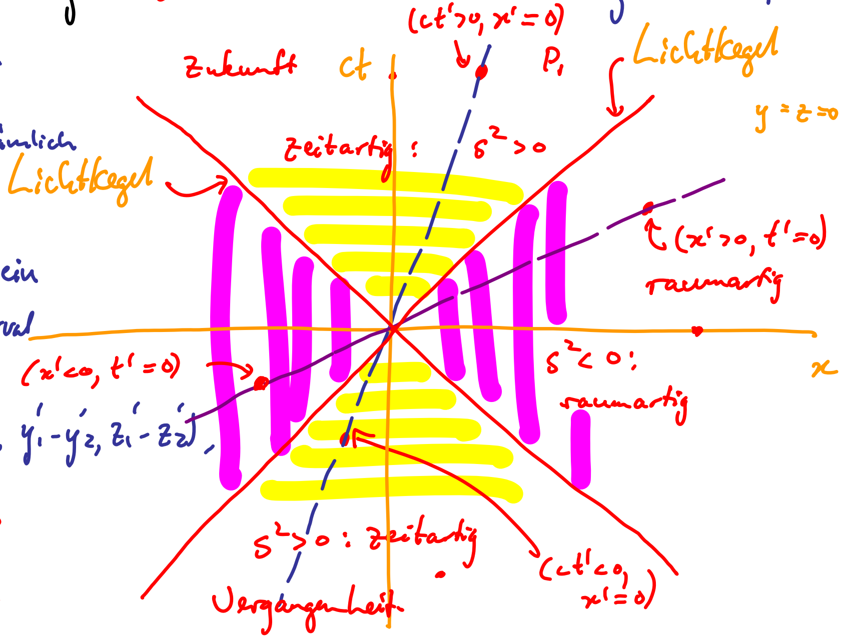
gilt auch $(ct)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \overset{(24.3)}{=} s^2$

Folglich sind sich O und O' einig: $s^2 = 0$ beschreibt ausbreitung des Lichtpulses

Das Intervall in O zwischen zwei Punkten, $(ct_i, x_i, y_i, z_i)$, $i = 1,2$, nämlich $(ct_1 - ct_2, x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$, ist zeitartig bzw. raumartig, falls ein IS O' besteht, für das das Intervall folgende Form annimmt: $(ct_1' - ct_2', 0, 0, 0)$ bzw. $(0, x_1' - x_2', y_1' - y_2', z_1' - z_2')$

"zeitartiges" Intervall: $s^2 > 0$

"raumartiges" Intervall: $s^2 < 0$



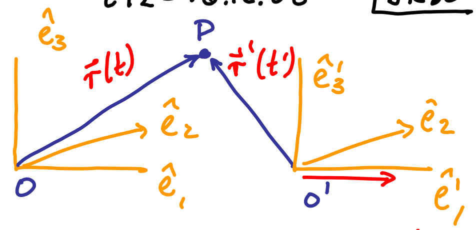

## Lorentz-Transformation

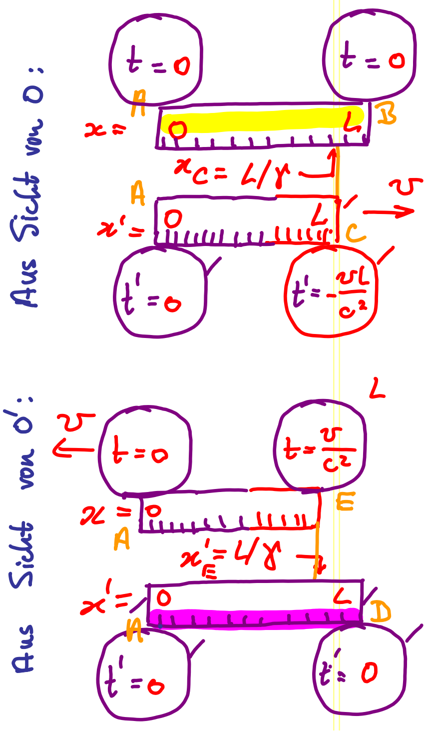
t12 – 16.12.05 | SR30

①: $ct' = \gamma\left(ct - \frac{vx}{c}\right)$ ①': $ct = \gamma\left(ct' + \frac{vx'}{c}\right)$

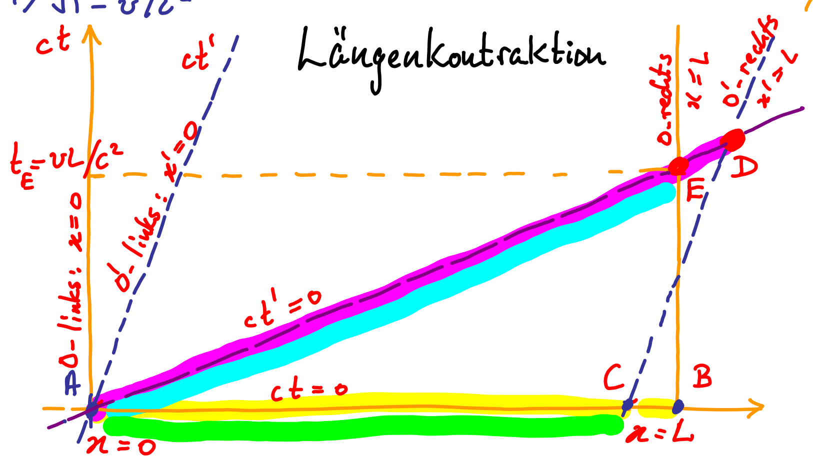
②: $x' = \gamma(x - vt)$ ②': $x = \gamma(x' + vt')$

$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2} > 1$



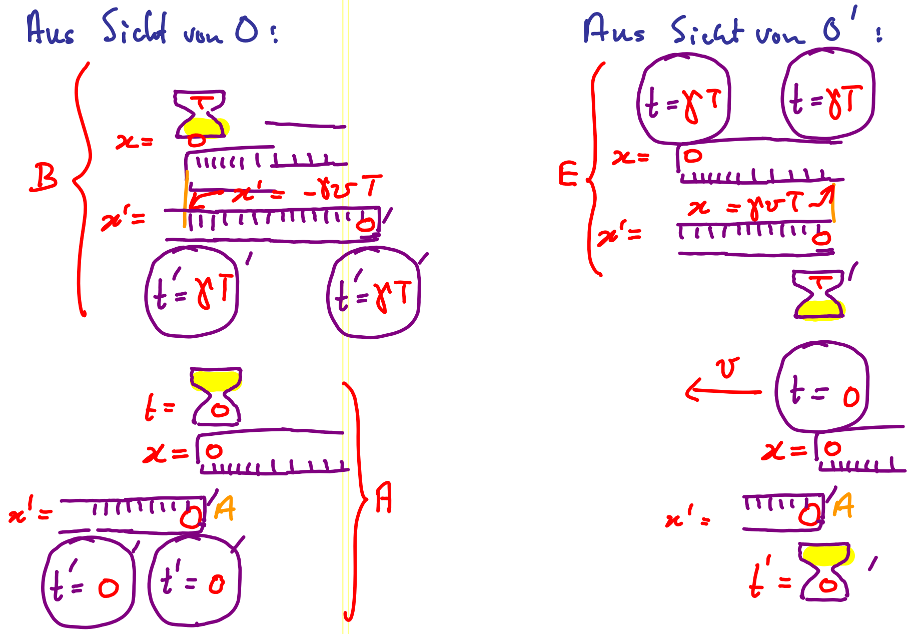

### Längenkontraktion

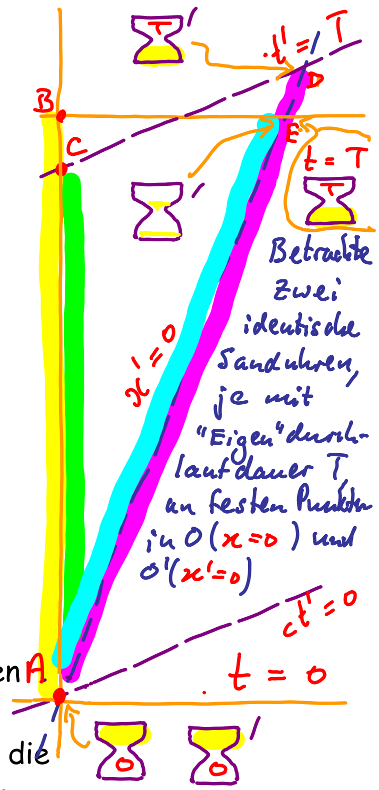



Die Bedeutung der Aussage "ein Maßstab zu einem bestimmten Zeitpunkt" hängt vom Bezugsystem ab; deswegen gelangen die Beobachter O und O', in den Ruhesystemen der jeweiligen beiden Maßstäbe, beide zur Schlussfolgerung, der andere Maßstab sei kürzer.

## Zeitdilatation:



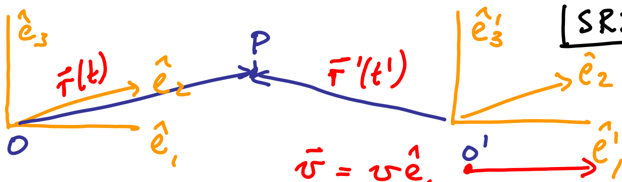



Die Methode, mit der relativ zueinander bewegte Uhren verglichen werden, hängt davon ob, wie man feststellt, ob zwei räumlich getrennte Ereignisse gleichzeitig stattfinden; deswegen gelangen die Beobachter O und O', im Ruhesystem der jeweiligen beiden Uhren, beide zur Schlussfolgerung, die andere Uhr gehe langsamer.

## Relativistische Geschwindigkeitsaddition






①: $t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$ ①': $t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$

②: $x' = \gamma(x - vt)$ ②': $x = \gamma(x' + vt')$

$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2} > 1$ ③

Geschwindigkeit von P:

laut O: $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$, $u_x = \quad$, $u_y = \quad$, $u_z =$ (1)

laut O': $\vec{u}\,' = (u'_x, u'_y, u'_z)$, $u'_x = \quad$, $u'_y = \quad$, $u'_z =$ (2)

$u'_x$ ausgedrückt durch $u_x, v, c$:

Kettenregel

$$u'_x \overset{(2)}{=} \frac{dx'}{dt'} = \qquad = \qquad (3)$$

$$= \gamma(u_x - v)\,\gamma\left(1 + \frac{v}{c^2}u'_x\right) \qquad (4)$$

Auflösen nach $u'_x$:

$$u'_x\left[1 - \gamma^2\frac{v}{c^2}(u_x - v)\right] = \gamma^2(u_x - v) \qquad (5)$$

$$u'_x = \frac{(u_x - v)}{\frac{1}{\gamma^2} + \frac{v^2}{c^2} - \frac{u_x v}{c^2}} \overset{③}{=} \boxed{\frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}} \qquad (6)$$

Analog:
(Selber nachrechnen!)

$$\boxed{u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x v/c^2)}, \quad (7) \qquad u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x v/c^2)}} \qquad (8)$$

## Bemerkungen:

i) $u'_x$ transformiert anders als $u_x$

ii) Für $u_x/c \ll 1$ oder $v/c \ll 1$, reduzieren (32.6-8) zur Galilei-Form: $u'_x = u_x - v$, $u'_y = u_y$, $u'_z = u_z$

iii) Wichtiger Konsistenzcheck: messen O und O' dieselbe Lichtgeschwindigkeit ? Relativgeschw. v. O' bezüglich O:


Für $\vec{u} = c\hat{x}$, (P = Photon in x-Richtung) liefert (32.6):

$u'_x =$

Ergebnis ist unabhängig von ! ⇒

Alle IS messen Lichtgeschwindigkeit für Photon A, sogar Photon B, das selbst hat !!

---

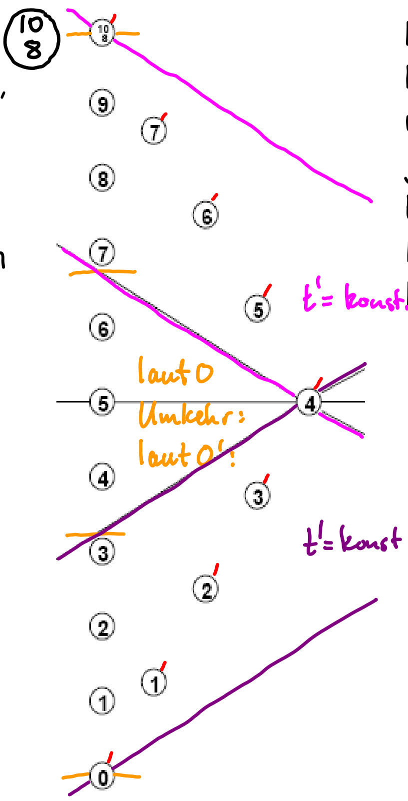


Zwillingsparadoxon: (Mermin, Chapter 10) Zwilling O' fliegt zum Mond und zurück zur Erde. Bei der Rückkehr ist er jünger als sein daheimgebliebener Zwilling O. Warum?

Laut O dauern Hin-und Rückreise jeweils Stunden, und vergehen wärendessen jeweils Stunden auf der Rakete. O' folgert: Bewegte Raketenuhren gehen langsamer!

Bei Rückkehr ist O , O' Stunden alt.

Auflösung des Paradoxons:




Laut O' dauern Hin-und Rückreise jeweils Stunden, und vergehen wärendessen jeweils Stunden auf der Erde. O' folgert: Bewegte Erdenuhren gehen langsamer!

Trotzdem ist bei Rückkehr O , O' Stunden alt. Grund: die Umkehr um am Mond (wo O' beschleunigt wird, also kein IS ist), dauert laut O' Stunden, laut O dagegen Stunden (laut allg. Relativitätstheorie gehen beschleunigte Uhren langsamer).

Was sehen O und O' voneinander? (welche Photonbahnen verbinden sie?)
Jede Uhr blitzt zur vollen Stunde kurz auf, der andere Zwilling sieht diese Lichtblitze.

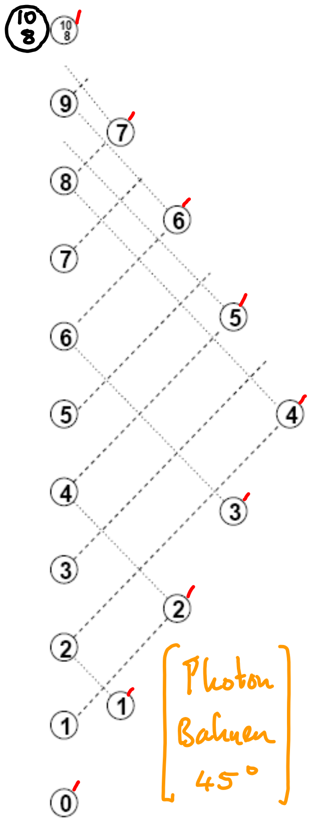
Laut O: Eigenzeit
In den ersten O-Stunden
blitzen O'-Uhren mal, also

$$\frac{1 \text{ O'-Stunde}}{1 \text{ O-Eigenstunde}} =$$

In den letzten O-Stunden
blitzen O'-Uhren mal,
also $\frac{1 \text{ O'-Stunde}}{1 \text{ O-Eigenstunde}} =$

O berechnet Gesamtreisezeit laut O'-Uhren, in Eigenzeit-Stunden:

$$\left(\text{ O-Eigenstunden}\right) \times \left(\frac{\text{O'-Stunde}}{\text{O-Eigenstunde}}\right)$$
$$+ \left(\text{ O-Eigenstunden}\right) \times \left(\frac{\text{O'-Stunde}}{\text{O-Eigenstunde}}\right)$$
$$= \quad \text{O'-Stunden}$$




Laut O': Eigenzeit
In den ersten O'-Stunden
blitzen O-Uhren mal, also:

$$\frac{1 \text{ O-Stunde}}{1 \text{ O'-Eigenstunde}} =$$

In den letzten O'-Stunden
blitzen O-Uhren mal, also

$$\frac{1 \text{ O-Stunde}}{1 \text{ O'-Eigenstunde}} =$$

O berechnet Gesamtreisezeit laut O'-Uhren, in Eigenzeit-Stunden:

$$\left(\text{ O'-Eigenstunden}\right) \times \left(\frac{\text{O-Stunde}}{\text{O'-Eigenstunde}}\right)$$
$$\left(\text{ O'-Eigenstunden}\right) \times \left(\frac{\text{O-Stunde}}{\text{O'-Eigenstunde}}\right)$$
$$= \quad \text{O'-Stunden}$$