

Mathe-Vorkurs, Blatt 01: Funktionen

30.09.2013

Hausaufgabe 1: Induktion (*)

- a) Beweisen Sie, dass $(1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1))$ ein perfektes Quadrat (genauer n^2) ist.
b) Zeigen Sie: $1 + x + x^2 + \dots + x^k = \frac{1-x^{k+1}}{1-x}$ für beliebiges $k \in \mathbb{N}$ und $x \neq 1$.

Hausaufgabe 2: Potenzen (*)

Vereinfachen Sie!

a) $(a^n)^{\frac{-2}{n}} =$

b) $b^x \cdot a^{4x} \cdot b^{-5x} =$

c) $\frac{x^2 \cdot x^5}{(x^4)^3} =$

d) $\frac{a^{-2} \cdot b^3 \cdot c}{a \cdot b^{-2} \cdot c^{-1}} =$

e) $\left(\frac{a \cdot x^2}{y}\right)^2 \cdot \left(\frac{y^2}{a^2 \cdot x}\right)^3 =$

f) $\left(\frac{3 \cdot y^2}{z}\right)^{-2} =$

g) $\frac{e^{4x+2}}{e^{2x-3}} =$

h) $e^x \cdot (e^{2x+1}) =$

i) $(e^{x+1})^2 =$

j) $\left[\left(\frac{a^2 \cdot b^{-1} \cdot c^3}{a^{-1} \cdot b \cdot c^2}\right)^{-2}\right]^{-1} =$

k) $\left[\left(\frac{3^{-2} \cdot x^{-2} \cdot y^2}{5^{-5} \cdot x^{-2} \cdot y^5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3^{-1} \cdot x^{-3} \cdot y^{-2}}{5^{-2} \cdot x^{-2} \cdot y^{-1}}\right)^2\right]^2 =$

Hausaufgabe 3: Logarithmengesetze (*)

Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

a) $\ln \frac{a+b}{c} = \ln a + \ln b - \ln c$

b) $\ln \frac{a+b}{c} = \ln(a+b) - \ln c$

c) $\ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{a} = 0$

d) $p \cdot \ln(\ln a) = \ln(\ln a^p)$

e) $p \cdot \ln(\ln a) = \ln(\ln a)^p$

f) $\frac{\ln a}{\ln b + \ln c} = \ln(a \cdot (b \cdot c)^{-1})$

Hausaufgabe 4: Logarithmgleichungen (*)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| a) $\log_2 x = -3$ | b) $\log_{10} x = 1,5$ |
| c) $\ln x = -1$ | d) $\log_x 121 = 2$ |
| e) $2^x = 7$ | f) $\log_{10} x = 27,3$ |
| g) $\ln x = 8,65133$ | h) $2^x = 4^{x+2}$ |
| i) $\log_3(x+4) = 2$ | j) $5^{x+2} = 125^{2-x}$ |
| k) $2^{x+2} = 16$ | l) $\log_2(x-4) = 8$ |

Hausaufgabe 5: Lineare Funktionen (*)

Für eine lineare Funktion gilt:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a) $3 \mapsto 7$ und $8 \mapsto 10$ | b) $4 \mapsto 5,5$ und $6,5 \mapsto 9$ |
|-------------------------------------|--|

Geben sie die zugehörige Funktion an. Welche Zahl ordnet sie der Zahl 5 zu? Welcher Zahl ist der Funktionswert 6 zugeordnet?

Hausaufgabe 6: Lineare Funktionen (*)

- a) Wie lautet die Gleichung der Gerade durch die Punkte $P = (-2 \mid 1)$ und $Q = (3 \mid -4)$? Welche Steigung m hat die Gerade? In welchen Punkten S_x bzw. S_y schneidet der Graph der Funktion die x - bzw. y -Achse?
- b) Stellen sie $f(x) = 2 \cdot x - 3$ graphisch dar.
- c) Die Strecke P_1P_2 mit $P_1 = (0,5 \mid -0,12)$ und $P_2 = (1,3 \mid y_2)$ soll die Steigung $m = -3,1$ haben. Berechnen sie y_2 !

Hausaufgabe 7: Umkehrfunktionen (*)

Bestimmen Sie zur Funktion $f(x)$ die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| a) $f(x) = \log x$ | b) $f(x) = \log_2(x^2)$ für $x > 0$ |
| c) $f(x) = 2^x$ | d) $f(x) = 5^{2x}$ |

Hausaufgabe 8: Exponential- und Logarithmusfunktionen (*)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf!

- | | |
|--|--|
| a) $y = \ln \left(\frac{x}{a} + \sqrt{1 + (x/a)^2} \right)$ | b) $y = \ln \left(\frac{x}{a} + \sqrt{(x/a)^2 - 1} \right)$ |
| c) $y = -w \cdot \ln(1 - k \cdot x)$ | |