

## Mathe-Vorkurs, Blatt 01: Funktionen

30.09.2013

### Hausaufgabe 1: Induktion (\*)

- a) Beweisen Sie, dass  $(1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1))$  ein perfektes Quadrat (genauer  $n^2$ ) ist.  
b) Zeigen Sie:  $1 + x + x^2 + \dots + x^k = \frac{1-x^{k+1}}{1-x}$  für beliebiges  $k \in \mathbb{N}$  und  $x \neq 1$ .

### Hausaufgabe 2: Potenzen (\*)

Vereinfachen Sie!

a)  $(a^n)^{\frac{-2}{n}} =$

b)  $b^x \cdot a^{4x} \cdot b^{-5x} =$

c)  $\frac{x^2 \cdot x^5}{(x^4)^3} =$

d)  $\frac{a^{-2} \cdot b^3 \cdot c}{a \cdot b^{-2} \cdot c^{-1}} =$

e)  $\left(\frac{a \cdot x^2}{y}\right)^2 \cdot \left(\frac{y^2}{a^2 \cdot x}\right)^3 =$

f)  $\left(\frac{3 \cdot y^2}{z}\right)^{-2} =$

g)  $\frac{e^{4x+2}}{e^{2x-3}} =$

h)  $e^x \cdot (e^{2x+1}) =$

i)  $(e^{x+1})^2 =$

j)  $\left[\left(\frac{a^2 \cdot b^{-1} \cdot c^3}{a^{-1} \cdot b \cdot c^2}\right)^{-2}\right]^{-1} =$

k)  $\left[\left(\frac{3^{-2} \cdot x^{-2} \cdot y^2}{5^{-5} \cdot x^{-2} \cdot y^5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3^{-1} \cdot x^{-3} \cdot y^{-2}}{5^{-2} \cdot x^{-2} \cdot y^{-1}}\right)^2\right]^2 =$

### Hausaufgabe 3: Logarithmengesetze (\*)

Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

a)  $\ln \frac{a+b}{c} = \ln a + \ln b - \ln c$

b)  $\ln \frac{a+b}{c} = \ln(a+b) - \ln c$

c)  $\ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{a} = 0$

d)  $p \cdot \ln(\ln a) = \ln(\ln a^p)$

e)  $p \cdot \ln(\ln a) = \ln(\ln a)^p$

f)  $\frac{\ln a}{\ln b + \ln c} = \ln(a \cdot (b \cdot c)^{-1})$

### Hausaufgabe 4: Logarithmgleichungen (\*)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach  $x$  auf

- |                      |                          |
|----------------------|--------------------------|
| a) $\log_2 x = -3$   | b) $\log_{10} x = 1,5$   |
| c) $\ln x = -1$      | d) $\log_x 121 = 2$      |
| e) $2^x = 7$         | f) $\log_{10} x = 27,3$  |
| g) $\ln x = 8,65133$ | h) $2^x = 4^{x+2}$       |
| i) $\log_3(x+4) = 2$ | j) $5^{x+2} = 125^{2-x}$ |
| k) $2^{x+2} = 16$    | l) $\log_2(x-4) = 8$     |

### Hausaufgabe 5: Lineare Funktionen (\*)

Für eine lineare Funktion gilt:

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| a) $3 \mapsto 7$ und $8 \mapsto 10$ | b) $4 \mapsto 5,5$ und $6,5 \mapsto 9$ |
|-------------------------------------|--|

Geben sie die zugehörige Funktion an. Welche Zahl ordnet sie der Zahl 5 zu? Welcher Zahl ist der Funktionswert 6 zugeordnet?

### Hausaufgabe 6: Lineare Funktionen (\*)

- a) Wie lautet die Gleichung der Gerade durch die Punkte  $P = (-2 \mid 1)$  und  $Q = (3 \mid -4)$ ? Welche Steigung  $m$  hat die Gerade? In welchen Punkten  $S_x$  bzw.  $S_y$  schneidet der Graph der Funktion die  $x$ - bzw.  $y$ -Achse?
- b) Stellen sie  $f(x) = 2 \cdot x - 3$  graphisch dar.
- c) Die Strecke  $P_1P_2$  mit  $P_1 = (0,5 \mid -0,12)$  und  $P_2 = (1,3 \mid y_2)$  soll die Steigung  $m = -3,1$  haben. Berechnen sie  $y_2$ !

### Hausaufgabe 7: Umkehrfunktionen (\*)

Bestimmen Sie zur Funktion  $f(x)$  die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion  $f^{-1}(x)$

- |                    |                                     |
|--------------------|-------------------------------------|
| a) $f(x) = \log x$ | b) $f(x) = \log_2(x^2)$ für $x > 0$ |
| c) $f(x) = 2^x$    | d) $f(x) = 5^{2x}$                  |

### Hausaufgabe 8: Exponential- und Logarithmusfunktionen (\*)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach  $x$  auf!

- |   |   |
|---|---|
| a) $y = \ln\left(\frac{x}{a} + \sqrt{1 + (x/a)^2}\right)$ | b) $y = \ln\left(\frac{x}{a} + \sqrt{(x/a)^2 - 1}\right)$ |
| c) $y = -w \cdot \ln(1 - k \cdot x)$                      |   |